



MÁSTER OFICIAL EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO,
FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE IDIOMAS.

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICAS. CURSO 2016/2017

TRABAJO FIN DE MASTER

UN MUNDO PARALELO... ¿O PERPENDICULAR?

Daniel Martínez Ruiz.

Tutor: Dr. José M^a Cardeñoso.

Facultad de CC de la Educación

Puerto Real, 11 de septiembre de 2017.



Don Daniel Martínez Ruiz, estudiante del Máster Oficial en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas por la especialidad de Matemática, impartido en la Universidad de Cádiz durante el curso académico 2016/17 como autor de este documento académico titulado:

UN MUNDO PARALELO... ¿O PERPENDICULAR?

y presentado como Trabajo Fin de Máster bajo la tutela de Dr. José M^a Cardeñoso para la obtención del título correspondiente,

DECLARA QUE:

El contenido de este Trabajo Fin de Máster es original y de su autoría, asumiendo las responsabilidades que de cualquier plagio detectado pudieran derivarse. No obstante, quiere hacer notar que, como en todo trabajo académico, a lo largo del trabajo se incluyen ideas y afirmaciones aportadas por otros autores, acogiendo en tal caso al derecho de cita.

En Puerto Real, a 11 de septiembre de 2017

Fdo. Daniel Martínez Ruiz

Tabla de contenidos.

1. Introducción	4
2. Reflexiones sobre las prácticas realizadas como docente.....	6
2.1 Análisis crítico de problemas detectados durante las Prácticas.....	6
2.2 Medidas de mejora propuestas.....	14
3. Referentes teóricos de la propuesta de innovación para la mejora	15
3.1 Historia y epistemología de la geometría	16
3.2 Visión del docente.....	19
3.3 Teoría del aprendizaje	20
3.4 Aprendizaje basado en proyectos (ABP)	23
3.5 Proyecto de aula como diseño de intervención.....	25
3.6 Inclusión de los padres en el proceso de aprendizaje	28
3.7 Trabajo cooperativo	29
3.8 La evaluación como regulación del proceso	29
4. Presentación de la propuesta mejorada.....	30
4.1 Justificación del sentido de la mejora	30
4.2 Planificación de la enseñanza.....	31
4.2.1 Contenidos	31
4.2.2 Objetivos y competencias.....	32
4.2.3 Metodología.....	35
4.2.4 Desarrollo de la propuesta: secuenciación.....	37
4.2.5 Evaluación.....	50
5. Conclusiones e implicaciones educativas y para la futura formación docente... 54	
5.1 Valoración crítica de lo que aporta la propuesta presentada	54
5.2 Valoración de posibles nuevas mejoras.....	55
5.3 Valoración de necesidades futuras de formación docente.....	56
6. Referencias.....	58

7. Anexos	63
7.1 Anexo 1: Unidad didáctica original	64
7.2 Anexo 2: Mapa de problemas	134
7.3 Anexo 3: Presentación de introducción e ideas previas	135
7.4 Anexo 4: Guion de observación de ideas previas	141
7.5 Anexo 5: Proyecto de aula - Salvando alturas	142
7.6 Anexo 6: Presentaciones de sesiones	147
7.7 Anexo 7: Taller con los padres La Torre de Pisa	151
7.8 Anexo 8: Tabla resumen de evaluación	156
7.9 Anexo 9: Guion de observación del debate	158
7.10 Anexo 10: Rúbrica de trabajo de proyecto	159
7.11 Anexo 11: Rúbrica de portafolios	161
7.12 Anexo 12: Rúbrica de presentación	163

Resumen

Este Trabajo Fin de Máster presenta una propuesta de mejora de la unidad didáctica llevada al aula en el grupo de 2º de E.S.O. del IES Santa Isabel de Hungría en Jerez de la Frontera durante el periodo de prácticas del MAES en la especialidad de Matemáticas. El documento incluye el análisis crítico y reflexivo de las Prácticas sobre el que se argumentan y definen las mejoras, tales como un proyecto de aula, la introducción de la historia de las matemáticas, el uso de las nuevas tecnologías y la inclusión de los padres en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos con el objetivo de mejorar su autonomía y motivación. Para ello se han tomado como referentes los aprendizajes adquiridos durante las sesiones del Máster, complementados por otros autores especializados en la materia en cuestión, así como por aquellos obtenidos durante la experiencia vivida en el periodo de prácticas. Finalmente, el trabajo presenta conclusiones y valoraciones sobre lo que aporta la propuesta presentada, sobre posibles nuevas mejoras y también sobre necesidades futuras de formación docente.

Abstract

This Master's Dissertation presents proposals for improvement on the teaching plan put into practice with the group of students of 2º E.S.O. in the IES Santa Isabel de Hungría en Jerez de la Frontera during the internship period of the MAES in the field of Mathematics. This document includes critic and reflexive analysis of the internship experiences onto which improvements are being argued and defined, such as a classroom project, the introduction of the history of mathematics, the use of new technologies and the inclusion of student's families in the teaching and learning process with the aim of improving their autonomy and motivation. To this end, the knowledge acquired during the Master's sessions, complemented by that of other authors specialised in the subject in question, as well as those acquired during the internship period have been taken as references. Finally, the report presents conclusions and evaluations on the proposals for improvements developed, on possible new improvements and on future teaching training needs.

1. Introducción

Este Trabajo Fin de Máster consiste en el análisis y mejora de la unidad didáctica que llevé a cabo en el centro educativo I.E.S. Santa Isabel de Hungría en Jerez de la Frontera sobre Elementos Básicos de Geometría. En este documento presento las reflexiones sobre mi actuación como docente durante el periodo de prácticas y presento de manera argumentada, las medidas innovadoras de mejora que propongo, para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, más particularmente, en el ámbito de la Geometría. Este documento es el resultado de un estudio y una investigación ampliada que parte de los referentes teóricos tratados y analizados en los módulos comunes y específicos del máster.

“La Geometría ofrece, a quien la aprende, una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento”. (García y López, 2008, p.28). Con esta frase he querido poner de manifiesto la importancia de la Geometría en el aprendizaje de los alumnos y por lo tanto la necesidad de que desarrollen su capacidad de abstracción y que sean capaces de manejar mentalmente imágenes de figuras y relaciones geométricas. Con mi propuesta de intervención pretendo que los alumnos desarrollen un nivel de pensamiento deductivo, más allá del nivel empírico, para lo que hemos tratado el concepto de ángulo y operaciones con medidas de ángulos, representaciones de objetos en el plano y el teorema de Pitágoras. Considero además que aprender Geometría es fundamental para que los alumnos entiendan el mundo que les rodea; su entorno cotidiano.

La unidad didáctica original, que se incluye en el Anexo 1, la desarrollé para el curso de 2º E.S.O. de matemáticas, cuyo alumnado está desdoblado y está formado por un total de 17 alumnos de los cuales solamente 13 de ellos asistían a clase con regularidad. El absentismo en el aula es un aspecto importante con el que he tenido que tratar de manera directa durante mi intervención. Cabe destacar por otro lado que el número reducido de alumnos en la clase me ha permitido establecer una relación cercana y directa con todos ellos, dentro del periodo limitado de tiempo de las prácticas, y en algunos casos conocer de primera mano sus inquietudes y problemas, a la hora de afrontar la asignatura de matemáticas. Entre los aspectos a destacar se encuentran un bajo desarrollo de la motivación y capacidad de esfuerzo por parte de la mayoría de los alumnos, lo que condiciona su trabajo autónomo y responsable.

Estos aspectos, son algunos de los objetivos que pretendo tratar en mi propuesta de mejora.

El conjunto de la clase presenta una heterogeneidad considerable en relación con el rendimiento académico y comportamiento, aunque cabe destacar el carácter afable de la mayoría de los estudiantes, lo que propicia un clima de compañerismo y cordialidad. A diario se han dado situaciones de falta de disciplina en clase, siendo frecuentes conductas de distracción, juego y charla. He percibido una predisposición y actitud negativa hacia la asignatura de matemáticas que se traduce en una falta de motivación e interés en los alumnos, en detrimento del proceso de enseñanza y aprendizaje. Es por ello que en la mejora defino actividades donde se trabaja la motivación del alumnado a través de la introducción de la historia de la geometría y un proyecto de aula donde los alumnos desarrollarán actividades contextualizadas, de manera cooperativa. Además, mi propuesta pretende que los padres de los alumnos desempeñen un papel importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante su implicación en un taller donde trabajarán con los alumnos en varias sesiones.

Por otro lado, la mejora incorpora actividades donde los alumnos deberán desarrollar su competencia digital, haciendo uso aplicado de tecnologías de la información y la comunicación. Es un aspecto fundamental que los alumnos de hoy en día deben desarrollar y ampliar para poder dar respuesta a las necesidades y requerimientos de una sociedad en constante evolución en el campo de las nuevas tecnologías. El proyecto de aula pretende servir de plataforma para el uso de recursos informáticos tanto en su desarrollo como presentación.

Finalmente, el trabajo concluye con una valoración crítica de lo que aporta la propuesta presentada, de sus limitaciones en cuanto al carácter teórico de la propuesta, ya que no hemos podido interactuar con el alumnado durante la definición de las mismas y en cuanto a la inclusión de los padres en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, presento algunas posibles nuevas mejoras que en esta ocasión no he incluido en mi propuesta pero que pueden ser implementadas en futuras actuaciones. Para terminar, reflexiono sobre mis carencias como profesor novel y sobre las necesidades de formación docente que he identificado.

2. Reflexiones sobre las prácticas realizadas como docente

Las prácticas que he realizado en el centro educativo me han dado la oportunidad de aplicar algunos de los principios y aspectos tratados en las asignaturas del máster, y es ahora, tras un periodo continuado de reflexión sobre mi actuación como docente, que presento mi análisis crítico-reflexivo en esta sección.

Expongo aquellos aspectos que me han causado dudas, confusión e incluso perplejidad durante mi experiencia como docente, describo el análisis activo y cuestionamiento del proceso de actuación y sus fundamentos teóricos con el objetivo de entender lo vivido en este proceso, aprender de ello y poder así mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos en futuras intervenciones como docente.

Mi reflexión se centra en resolver las dudas y conflictos surgidos antes, durante y después de mi intervención en el aula y al mismo tiempo revisar mi actuación tal y como sugiere Dewey (1989, citado por Parada, Figueras y Pluinage, 2011). “La exigencia de solución de un estado de perplejidad es el factor orientador y estabilizador de todo el proceso de reflexión” (Dewey, 1989, p.29).

2.1 Análisis crítico de problemas detectados durante las Prácticas

Mi actuación como docente durante el periodo de prácticas del Máster se ha desarrollado en el I.E.S. Santa Isabel de Hungría en Jerez de la Frontera. Este centro se sitúa en una zona de la población con un índice sociocultural y económico bajo, lo que repercute en la percepción que los alumnos, y sus familias, tienen de su proceso educativo y por consiguiente en su comportamiento dentro del centro educativo. Este aspecto es fundamental para entender el análisis que a continuación detallo, ya que debemos ser conscientes de la situación y el entorno donde se desarrollan las prácticas y de los factores externos que afectan al aprendizaje de los alumnos con los que he trabajado, como son su entorno familiar y su posición social, donde crecen.

El grupo clase donde he desarrollado mi actuación se enmarca en el nivel de 2º E.S.O. y lo componen 17 alumnos de los cuales 4 de ellos son absentistas desde hace tiempo. Estos alumnos son en general de perfil medio o medio bajo, en cuanto a rendimiento académico se refiere y en algunos casos, presentan problemas de comportamiento en clase. Entre ellos está generalizada una predisposición negativa y apatía hacia la asignatura de matemáticas y su contenido, lo que transmite una

actitud desmotivadora que se contagia entre los alumnos. Uno de los objetivos de mi propuesta de intervención era la de mejorar esta percepción por parte de los alumnos y trabajar para que desarrollasen su capacidad de motivación dentro de esta asignatura.

A la hora de realizar el análisis crítico de mi actuación como docente durante el periodo de prácticas, he tenido en cuenta algunas pautas del modelo de reflexión propuesto por Parada y Pluinage (2014), analizando en profundidad aspectos como el pensamiento matemático (contenido), el pensamiento didáctico (metodología), los instrumentos seleccionados y utilizados y, el uso del lenguaje matemático. Me centro en mi relación con el conocimiento, mi relación con el alumno y la relación del alumno con el conocimiento.

En la primera fase de definición y planteamiento de la unidad didáctica llevada a cabo en el aula, tuve cierta libertad a la hora de definir tanto la metodología como el contenido específico a tratar con los alumnos, dentro del ámbito de geometría. Para concretar el contenido de mi unidad didáctica, decidí guiarme por el libro de texto, pero modificando la secuenciación para, a mi entender, promover el aprendizaje significativo dando sentido a algunos de los términos y conceptos a trabajar y, facilitar la interacción con el conocimiento previo del alumno. Sin embargo, tal y como afirma Moreira (1997), “de nada sirve que el contenido tenga una buena organización lógica, cronológica o epistemológica, si no es psicológicamente posible su aprendizaje” (p.18). A día de hoy, no he encontrado manera de saber si estos cambios han mejorado o no el proceso de aprendizaje de los alumnos, por ejemplo, en relación al concepto de ángulo y operaciones con medidas de ángulos, éste último aspecto incluido en el capítulo del sistema sexagesimal, separado del capítulo de geometría. A mi parecer, no se entiende que se explique el concepto de ángulo sin que se trabajen sus unidades de medidas y operaciones.

Una de las dificultades más significativas con la que me he encontrado, a la hora de trabajar los contenidos con los alumnos, son sus conocimientos previos. Las observaciones que llevé a cabo mientras los alumnos realizaban el cuestionario de ideas previas, durante la primera sesión de mi intervención, me sirvió para detectar unas carencias significativas, en relación con las características de los distintos tipos de triángulos, en la visualización de ángulos en figuras simples y de resolución de ecuaciones de primer grado. Sin embargo, aunque mi intención con este ejercicio de

detección y evaluación de los alumnos en una primera fase era poder tratar y repasar aquellos aspectos donde se detectasen carencias, mi propuesta de intervención no incluía ninguna sesión específica con tal fin, lo que implicó un cambio en la programación para cubrir estos aspectos. Creo que debería haber incluido una sesión específica de repaso al inicio de mi propuesta, para ayudar a los alumnos a conectar con sus ideas previas.

En mi propuesta de intervención he pretendido implementar una metodología de enseñanza en el que el alumno sea el centro de la actividad en el aula, desempeñe una función activa y de esta manera, se fomente un aprendizaje significativo por parte de todos los alumnos. Durante mi intervención me he centrado en que el alumno trabaje en clase y que su tiempo en el aula se utilice no solamente para escuchar, sino también para hacer, siendo partícipe de las explicaciones interactivas (material manipulable, truco de magia, proyecciones de videos) y de las actividades que realizan en la clase entre las que he incluido juegos, actividades en grupo y por parejas y, correcciones de ejercicios y problemas en la pizarra. Sin embargo, esta dinámica de trabajo ha supuesto un cambio importante para los alumnos, y al mismo tiempo una dificultad, tal y como indica Alsina (1994), ya que están acostumbrados a una dinámica de clase rígida, basada en clases magistrales donde el docente, que es el protagonista, expone los conceptos y contenidos teóricos y resuelve en la pizarra ejemplos de ejercicios que a continuación, deben realizar los alumnos.

En el juego de los ángulos la reacción de la gran mayoría de los alumnos ha sido de incertidumbre y falta de interés por una actividad que, en principio, creía que les iba a resultar atractiva y servir de aplicación de lo aprendido previamente. Esta respuesta por parte del alumnado me ha hecho cuestionarme la idoneidad del juego planteado respecto al nivel de desarrollo de los alumnos. Con esta propuesta de aula mi intención era provocar un desequilibrio cognitivo con una posterior reestructuración y equilibrio, generando un aprendizaje significativo (Moreira, 1997), pero creo que mi falta de experiencia en este ámbito ha significado que los alumnos se han enfrentado a situaciones que, en algunos casos, los ha llevado a abandonar la tarea de aprendizaje.

Por otro lado, esta falta de interés por parte del alumnado se vio acentuada por la descontextualización y falta de conexión de este ejercicio con problemas de la vida cotidiana e intereses del alumnado. Esto es algo que percibo ahora, después de la experiencia, pero que en un primer momento no supe identificar, haciendo al alumno

responsable de la búsqueda de esa conexión y aplicación, rasgo característico, tal y como exponen en su modelo Azcárate y Cuesta (2005), de mi situación como profesor novel.

Otro aspecto con el que me tuve que enfrentar fue a la desmotivación del alumnado durante las sesiones de operaciones de medidas de ángulos. Decidí posponer mis intervenciones sobre el teorema de Pitágoras y adelantar las representaciones de objetos en el plano para cambiar la dinámica de las sesiones ya que los alumnos dejaban de mostrar interés por resolver ejercicios y problemas.

A la hora de implementar mi propuesta de intervención en el aula, me he apoyado en presentaciones proyectadas utilizando el ordenador para mejorar el proceso de aprendizaje y añadir un aspecto dinámico y visual, a las explicaciones. Sin embargo, en las primeras sesiones tuve problemas de compatibilidad del archivo que había preparado y tuve que recurrir a la pizarra de tiza convencional para realizar mis explicaciones. No tuve el acierto de comprobar de antemano que el archivo que había preparado iba a funcionar, ni de comprobar, como fue el caso, que no era posible el uso de algunos programas como el Geogebra debido las limitaciones en la capacidad de los recursos disponible en el aula. Los recursos digitales han supuesto una dificultad añadida durante mi propuesta de intervención que me ha obligado a una adaptación forzosa, sobre todo durante las primeras sesiones.

El comportamiento ha sido un aspecto que ha causado problemas durante mis intervenciones. Ha habido situaciones en el aula como falta de atención, distracciones, y alboroto, en las cuales no he sabido reaccionar o he dudado en aplicar métodos que me ayudasen a controlar a los alumnos. Mi experiencia limitada ha supuesto una dificultad a la hora de poner en práctica herramientas que hubiesen motivado a estos alumnos y al mismo tiempo, me hubiesen ayudado a gestionar de manera efectiva la clase, para crear un clima de trabajo y concentración apropiado. Creo que la gestión del aula es un aspecto muy complicado ya que intervienen muchas variables, a las que se suman, debido al contexto de las prácticas, el hecho de que tengamos un conocimiento del alumnado muy limitado y que los alumnos sean conscientes de que el profesor de prácticas es novel y va a estar ahí por un periodo de tiempo definido.

Uno de los aspectos que me ha supuesto más esfuerzo y dedicación ha sido la gestión del tiempo en el aula y la programación de las intervenciones. He tenido que revisar y

adaptar casi todas las sesiones debido a la dificultad que he encontrado en asimilar el ritmo de trabajo y aprendizaje de los alumnos. No deja de sorprenderme la diferencia tan significativa entre mi idea inicial del proceso de aprendizaje de los alumnos de algunos conceptos, como por ejemplo el teorema de Pitágoras, con la realidad vivida en el aula, hecho que ha provocado una prolongación de mi propuesta de intervención en varias sesiones más.

Dos aspectos a tener en cuenta al respecto y que añaden un grado más de complejidad a la gestión del aula, han sido la asistencia irregular a clase y la diversidad del grupo. Por un lado, en mi propuesta de intervención obvié la posibilidad de detenerme y repasar conceptos previamente explicados, para que algunos de los alumnos que habían faltado en días anteriores, pudieran recuperar y ponerse al día. Esto es algo que he tenido que hacer a modo individual, con algunos alumnos durante las clases, mientras el resto de los alumnos realizaban ejercicios. Esto ha dificultado en ocasiones el control de la clase ya que los alumnos se han distraído de sus actividades con el consecuente descontrol del aula. Algo similar me ha sucedido a la hora de tratar individualmente con algunos de los alumnos de la clase que presentaban dificultades en el aprendizaje, falta de motivación para trabajar en clase o que demandaban mayor profundidad en el conocimiento. Al tratar con ellos los conceptos y aspectos que no entendían o no querían trabajar, no he podido dedicar este tiempo a atender al resto de los alumnos. Como profesor novel soy consciente de que no supe atender, en algunos casos, a la diversidad del aula, ya que las dinámicas que llevé a cabo no permitían una adaptación a todos los niveles de conocimiento. Por otro lado, mi propuesta de intervención, además de presentar carencias respecto al tiempo estimado de aprendizaje de los alumnos, tiene una estructura muy lineal y sin holgura para añadir ninguna actividad improvisada, aportaciones esporádicas del alumnado o asimilar situaciones; como fue el caso del último día del trimestre (muchos alumnos no asistieron) o días en los que el clima en el aula, por la circunstancia que fuese, no era propicio para trabajar con los alumnos. Esta falta de previsión ha significado un incremento significativo en el número de sesiones en mi intervención.

En relación a la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos, cabe destacar las dificultades que he encontrado a la hora de tratar el concepto de ángulo en el plano con los alumnos. En la mayoría de los casos, al exponerles situaciones de

dos semirrectas que se cortan en un punto, solo detectaban un ángulo (el agudo) y dudaban y erraban a la hora de identificar los ángulos, cuando uno de los lados no se encontraba en posición horizontal. A mi entender, esta respuesta por parte de los alumnos, tiene que ver con la rigidez en cuanto a la construcción de conceptos en la etapa educativa y también, a la dificultad de los alumnos para obtener información espacial, factores ambos que se pueden enmarcar dentro de la categorización general de errores propuesta por Radatz (1980, citado por Abrate, Pochulu y Vargas, 2006). Esta situación me obligó a dedicar más tiempo y esfuerzo a que los alumnos exploraran y descubrieran la relación entre las definiciones de ángulo (como cantidad de giro y como amplitud de una región en el plano) y la imagen del concepto de ángulo y así, ayudarlos a construir su propio concepto, tal y como sugieren Casas y Luengo (2005):

A partir de estas definiciones, y a partir de las experiencias educativas, entre las que, en nuestra opinión, juegan un importantísimo papel los ejemplos utilizados durante la enseñanza, se construye el concepto de ángulo, a partir de conceptos parciales, como una estructura en la que entran a formar parte la propia definición, la imagen mental y los procesos asociados a la experiencia consciente o inconsciente (p. 203).

Tras el concepto de ángulo, características y clasificación de ángulos, introduje a los alumnos las operaciones con medidas de ángulos. Aunque preparé varias fichas de trabajo con ejercicios y problemas, e intenté que los alumnos jugaran un papel activo en las actividades, creo que el aprendizaje que los alumnos han experimentado no ha sido del todo significativo. Tras varias sesiones de explicación y ejercicios de aplicación de suma y resta de medidas de ángulos y de multiplicación y división de medidas de ángulos por un número, me di cuenta de la necesidad de cambiar la dinámica que había llevado hasta ahora e introducir aspectos de contextualización, aplicación real y sentido, a estas operaciones que los alumnos realizan sin ningún interés. Intenté introducir algunos problemas de aplicación, pero me encontré con dos dificultades: por un lado, un nivel muy bajo de competencia lingüística y por otro, una falta de interés y curiosidad para aplicar la teoría a situaciones reales o contextualizadas. La comprensión lectora de la mayoría de los alumnos es pobre y tienen verdaderos problemas, a la hora de entender lo que se les pide en los enunciados de los ejercicios y problemas. Y cuando consiguen entender lo que se les

pide, muestran desinterés por el lado práctico y de aplicación, resolviendo los problemas de forma mecánica, asilados de su contextualización y conexión con la vida real.

Estos problemas también estuvieron presentes en la aplicación del teorema de Pitágoras. Sin embargo, en este caso, los alumnos presentaron además dificultades considerables en la comprensión de los principios del teorema. A la hora de explicarlo he utilizado varios recursos, como un vídeo mostrando la relación entre los cuadrados de un triángulo rectángulo y unos bloques de lego, para ayudar a los alumnos a construir una interacción entre la argumentación y la visualización y, fomentar así un aprendizaje significativo, tal y como sugieren Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004, citado por Gamboa y Ballester, 2009). Sin embargo, he observado serias dificultades por parte de los alumnos a la hora de establecer una relación entre la demostración geométrica del teorema y la demostración algebraica, es decir, de asociar una configuración geométrica con una afirmación matemática, acción cognitiva que Torregrosa y Quesada (2007) denominan como *aprehensión discursiva*. Aunque trabajé en las dos direcciones de transferencia, del geométrico (visual) al discursivo (algebraico) y viceversa, hubo muchas dificultades por parte de los alumnos, para entender esta relación. Un problema similar detecté durante la resolución de problemas de aplicación del teorema donde, en muchas ocasiones los alumnos, no asociaban de manera correcta, la información dada en el enunciado y dibujo del problema, con los miembros de la expresión algebraica del teorema. El caso más común fue que asumían que la incógnita a resolver es siempre el valor correspondiente a la hipotenusa (a), independientemente de que el problema requiera la resolución de la longitud de uno de los catetos del triángulo (con el valor del otro cateto y la hipotenusa dados). En este proceso, los alumnos han mostrado dificultad para despejar y resolver la incógnita y asociarla a la resolución de ecuaciones que habían tratado en temas anteriores. Un obstáculo que han expresado los alumnos en este aspecto ha sido la confusión que sienten cuando se utilizan varias incógnitas y además con diferentes letras a la “ x ” con la que ellos han trabajado previamente.

Durante el trabajo de representaciones de objetos en el plano, que he incorporado con el objetivo de desarrollar la visualización de los alumnos, el cual es un aspecto fundamental en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría (Marmolejo y Vega, 2012), me ha sorprendido la facilidad con la que varios alumnos, que habían mostrado

bastantes dificultades y oposición a realizar ejercicios sobre operaciones con medidas de ángulos, han sido capaces de llevar a cabo los ejercicios planteados con mucha facilidad y sobre todo, con motivación. Esto pone de manifiesto las características singulares de cada uno de los alumnos que presentan además habilidades y destrezas diferentes, dentro de una misma asignatura.

Respecto a la evaluación de los alumnos cabe destacar la poca utilidad que ha tenido para mí el cuestionario de ideas previas como actividad de detección. Las respuestas que he obtenido no coinciden con las observaciones que he realizado mientras completaban el cuestionario que, al fin y al cabo, han sido las que me han aportado la información necesaria, para adaptar mis intervenciones. Creo que una actividad donde todos los alumnos participen como un debate o una presentación hubiese sido más efectiva, al mismo tiempo que se detectan estas carencias se pudieran aclarar y tratar.

Durante el proceso de evaluación continua que he llevado a cabo durante mis intervenciones he utilizado una ficha de evaluación, que completaba a diario con las observaciones realizadas, y que me ha permitido recabar información sobre la actitud de trabajo, participación y grado de desarrollo de los alumnos, a lo largo de mi intervención. Las observaciones diarias, y las actividades e interacciones que he llevado a cabo con los alumnos, me han permitido evaluar su evolución en relación con los conceptos tratados y, construir un perfil de cada uno de ellos, sobre el nivel de adquisición de las competencias que hemos trabajado. Sin embargo, me ha resultado difícil, en varias ocasiones, interpretar la información recabada para transformarla en acciones que hiciesen de la evaluación un proceso regulador del aprendizaje de los alumnos tal y como sugiere Azcárate (2006). Por otro lado, no he incentivado la reflexión de los alumnos sobre su proceso de aprendizaje, ni he promovido el trabajo de organización y relación entre los contenidos que hemos tratado. Creo que estos aspectos deben ser tenidos en cuenta e implementados en una potencial mejora.

El examen final fue un requerimiento por parte del departamento de matemáticas, así como su peso dentro de la calificación (un 70% de la nota en mi caso). Cabe destacar que los resultados de los exámenes realizados por los alumnos son muy similares a la evaluación realizada por mí antes de este ejercicio y me hace reflexionar, sobre el objetivo y utilidad de esta actividad. Creo que es una herramienta que está implantada en el sistema educativo, que se utiliza como un mero mecanismo de calificación y por lo tanto, no permite mejorar el proceso de aprendizaje de los alumnos. Es por ello que

debe ser considerado como un elemento más del proceso de evaluación, con un peso sobre la calificación final similar a otras actividades y que sirva de plataforma para trabajar la autocrítica y aprender de los errores cometidos.

2.2 Medidas de mejora propuestas

El análisis crítico de mi intervención me ha permitido identificar y valorar los errores cometidos y pensar en las dificultades más significativas y relevantes encontradas que han condicionado el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos, en la asignatura de matemáticas en general y de geometría en particular.

Sin embargo, han sido aquellos aspectos relacionados con la actitud, estado de ánimo, comportamiento y predisposición de los alumnos, los factores que más han influido y afectado al progreso y desarrollo de mi intervención como docente. Es por ello por lo que mis propuestas de mejora se centran en generar interés y curiosidad por aprender, para lo que pretendo crear un contexto o escenario dentro del aula que incite a los alumnos a experimentar metodologías de aprendizaje participativas, cooperativa, y se expongan a situaciones de cambio y adaptación, con el objetivo de fomentar un aprendizaje significativo y lograr el desarrollo de la competencia de aprender a aprender. El proceso de aprendizaje debe ir acompañado de un desarrollo de la competencia lingüística de los alumnos.

Para ello propongo desarrollar un proyecto de aula que plantee una serie de problemas y cuestiones que movilice a los alumnos a investigar y aprender, los contenidos definidos en mi propuesta inicial. Con esta metodología enfocada en un aprendizaje basado en proyectos (ABP), pretendo provocar en los alumnos la necesidad de aprender sobre representaciones de objetos en el plano y generar la necesidad de aplicar, las operaciones de medidas de ángulos y el teorema de Pitágoras, para resolver las cuestiones contextualizadas y problemas reales planteados. Este aspecto del proyecto es fundamental para desarrollar la capacidad de motivación, la resistencia a la frustración y potenciar el esfuerzo y autonomía de los alumnos, aspectos que son fundamentales en su formación como personas de nuestra sociedad actual.

Tengo como objetivo además atender a la diversidad del grupo mediante actividades y rutas o itinerarios que permitan a todos los alumnos participar y aprender del proyecto, intentando evitar que abandonen la asignatura o que se retrasen por faltar

puntualmente a clase. Soy consciente de las limitaciones y carencias que algunos alumnos presentan y creo que, con esta metodología, se pueden incorporar medidas que permitan una mayor inclusión que la vivida durante mi intervención como docente. Considero que el uso de las nuevas tecnologías y trabajos prácticos pueden aportar elementos de interés a algunos de los alumnos con mayores dificultades a la hora de trabajar los contenidos propuestos para la clase.

Un aspecto innovador que pretendo abordar con el proyecto es el papel de las familias en el proceso de aprendizaje de los alumnos. Mi idea de involucrar a las familias en algunas de las actividades que realicemos tiene como objetivo hacer partícipe y mantener informados a las familias, de lo que aprenden sus hijos y de este modo, intentar mejorar la percepción y predisposición de los alumnos hacia la asignatura, aspecto que espero repercuta positivamente en el proceso de aprendizaje, sobre todo en lo que asistencia, participación y comportamiento se refiere.

Finalmente, mi intención es que la evaluación sea el elemento vertebrador del proyecto, al servicio de la mejora del proceso de aprendizaje de los alumnos, a través de un seguimiento continuo que permita la retroalimentación a los alumnos y una adaptación, por parte del docente, de las actividades, gestión y planificación de la enseñanza.

3. Referentes teóricos de la propuesta de innovación para la mejora

En esta sección se exponen los referentes teóricos sobre los que se fundamentan las propuestas de mejora de este TFM. En primer lugar, se desarrollan aspectos de la historia y epistemología de la geometría, seguido de las percepciones del docente y principios de la teoría del aprendizaje, para finalizar con propuestas de mejora innovadoras de aplicación en el aula, como son el aprendizaje basado en proyectos (ABP), el proyecto de aula, el trabajo cooperativo, la inclusión de los padres en el proceso de aprendizaje de los alumnos y la evaluación como proceso regulador del aprendizaje. Todo ello con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos.

3.1 Historia y epistemología de la geometría

La historia y epistemología de las matemáticas son aspectos que hemos tratado en los módulos del master y han aportado una visión ampliada sobre la naturaleza, origen y desarrollo del pensamiento matemático a lo largo del tiempo. Nos han ayudado a entender la importancia de estos dos aspectos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, siendo consciente de “que conocer solo la matemática no es suficiente si no se tiene el sentido mismo de la evolución del pensamiento matemático” (D’Amore, 2007, p.2).

La relevancia de este conocimiento epistemológico de la matemática es fundamental para comprender el proceso de formación del pensamiento matemático y por lo tanto, ayuda a identificar posibles obstáculos y dificultades esperables, en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Estos aspectos están ligados e influenciados por los contextos históricos y culturales en los que se han desarrollado y evolucionado a lo largo del tiempo dichas nociones, por lo que se considera que es una parte fundamental del conocimiento matemático que tanto, los docentes como los alumnos, deben desarrollar, coincidiendo con Bell (1985, citado por González, 2004) en que “ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas” (p.17).

Es por ello por lo que la historia de las matemáticas debe formar parte del proceso de enseñanza, con el objetivo de contextualizar y dar sentido a los conceptos tratados para que los alumnos puedan comprender su evolución y desarrollo. Es importante que sean conscientes del proceso que ha llevado a cabo la creación de aquellos aspectos que les presentamos en el aula, los cambios, giros y evoluciones que han sufrido y perciban, una visión dinámica y cambiante de las matemáticas.

La historia de las matemáticas en clase debe ser utilizada como un elemento vehicular, a nivel didáctico, motivando a los alumnos con el objetivo de mejorar la comprensión de las matemáticas, aunque siendo consciente de que no las hará más fáciles, tal y como sugiere Sierra (1997, citado por Maz, 1997). Es una oportunidad de dinamizar la asignatura, al incorporar información relevante e interesante y anécdotas que hagan suscitar en el alumno interés y sea el origen de su curiosidad, alimentando su motivación y mejorando el proceso de aprendizaje.

Tal y como menciona Courant (1974, citado por González, 2004):

La Matemática presentada como un sistema de verdades, acabado y ordenado, sin referencia al origen y propósito de sus conceptos y teorías tiene su encanto y satisface una necesidad filosófica. Pero esta actitud introvertida en el campo de la Ciencia, no es adecuada para los estudiantes que buscan independencia intelectual más que adoctrinamiento. Menospreciar las aplicaciones y la intuición lleva al aislamiento y a la atrofia de la Matemática.

Esto es algo a evitar ya que se pretende promover que los alumnos desarrollen un pensamiento crítico, independiente y formal, mucho más allá de la simple adquisición de conocimiento teórico de las matemáticas. Somos conscientes de que durante las sesiones no se dedicó, lo que ahora se considera indispensable, un tiempo suficiente a la historia de la geometría, solventando que únicamente se hiciera una pequeña introducción al inicio de la intervención docente, de forma general y sin profundizar sobre la evolución de los conceptos que se trataron con los alumnos. Es por ello que una de las mejoras propuestas es la de tratar en mayor profundidad la historia de la geometría en general y de modo más relevante y detallado la evolución del concepto de ángulo el teorema de Pitágoras.

Este filósofo y matemático desempeñó un papel significativo en el desarrollo de la geometría cuya evolución está claramente marcada por la influencia y avance que tiene lugar en la cultura helénica. Los conceptos de geometría previos a esta cultura son de naturaleza empírica, enfocada a la supervivencia de la especie humana y la resolución de problemas prácticos como la medición, sin que se desarrollaran demostraciones lógicas. Los babilonios y los egipcios en ocasiones dedujeron fórmulas por tanteo, empleando métodos basados en la observación de analogías, pero sin llegar a diferenciar soluciones exactas de aquellas aproximadas (Corredor, 2012). No fue hasta el tiempo de los griegos que se empezó a desarrollar un pensamiento más deductivo, universal y abstracto, convirtiéndose en una ciencia racional y formal. Tiene como principales figuras a Tales (624-545/6 a.C.) y a Pitágoras (580-500 a.C.) que durante sus viajes a las culturas egipcias y mesopotámica, se nutrieron de los conocimientos y aplicaciones de los principios básicos de geometría (Londoño y Prada, 2011).

Euclides por otro lado, desarrolla en su obra más conocida *Los Elementos*, cinco postulados, no demostrables por ser verdades comunes, y cinco axiomas que sentaron las bases de la geometría que perduraría como una verdad irrefutable

durante muchos siglos. No fue hasta el siglo XIX que Karl Friedrich Gauss definió una geometría diferente a la basada en los sistemas geométricos euclidianos, y se demostró que la geometría de Euclides no era la única ciencia exacta de la verdad absoluta, tal y como se había pensado hasta el momento, sino que no es más que un caso particular de geometría axiomática.

Este hecho, pone de manifiesto el carácter dinámico de las matemáticas, cuya evolución se desarrolla mediante el trabajo de investigación, crítico y constructivo, que según Corredor (2012), haciendo referencia a Piaget, presenta mecanismos análogos al desarrollo intelectual en el sujeto individual. En el caso de la geometría, Piaget y García (1982, citado por Barroso y Martel, 2008), presentan un ejemplo donde aplican las tres etapas, que ellos consideran fundamentales en el proceso de adquisición cognitiva del individuo, a su evolución histórica. Esta relación entre los métodos psicogenéticos e histórico permite por un lado apreciar que una realidad no solamente se comprende por su estado final, sino que entra en juego además su proceso de evolución y por otro, facilitar el análisis de los mecanismos que determinan la transición, desde la formación inicial de las nociones hasta los niveles superiores de conceptualización (Corredor, 2011).

Para Piaget, las ciencias lógico-matemáticas tienen su origen en la coordinación de la acción, es decir las operaciones que conducen a abstracciones y generalizaciones, más allá de la experiencia directa con objetos físicos, aunque originada por esta, en su etapa concreta. Para él, la coordinación y unidad de las operaciones se van constituyendo a través de un proceso histórico y en el desarrollo ontogenético individual, lo que desde un punto de vista epistemológico se denomina constructivismo (Londoño y Prada, 2011).

Ahora bien, a nivel pedagógico y de aplicación en el aula, para desarrollar ese nivel de abstracción y construcción, tal y como ha sucedido a lo largo de la evolución de la geometría, los alumnos deben comenzar por un nivel inicial de experiencia sensible activa, productiva y directa con los objetos, conocida como etapa de pensamiento concreto, donde debieran ubicarse los alumnos de 11 y 12 años. Esta fase inicial donde se desarrollen operaciones activas de carácter empírico y manipulativo, deben ser la base desde donde elevar el nivel de abstracción y construcción de los nuevos conceptos. La mejora de proyecto que propongo se fundamenta en esta metodología, con el objetivo de que los alumnos construyan sus propios conceptos.

3.2 Visión del docente

Hasta ahora hemos tratado los aspectos positivos del uso de la historia y evolución de la matemática sobre el proceso de aprendizaje de los alumnos, pero debemos también abordar la importancia que tiene este conocimiento en la visión del docente. La percepción del profesor sobre la evolución y desarrollo de las matemáticas es un factor determinante en la actitud y predisposición adoptada, a la hora de afrontar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. El docente, a través de su conocimiento y experiencias vividas, se posiciona sobre un punto de vista epistemológico, que repercutirá en la forma en la que desarrolla sus clases, en cómo define los aspectos curriculares y atiende los problemas, dificultades y necesidades de los alumnos. Este posicionamiento puede condicionar el logro por parte de los alumnos de aprendizajes significativos.

Cerón, Mesa, Rojas, y Medina (2011) al evaluar las diferentes corrientes de pensamiento que han surgido a lo largo de la historia, reconocen dos visiones en relación al conocimiento matemático: estática y dinámica. La visión estática incluye corrientes de pensamiento que conciben las matemáticas como un cuerpo estático, acabado y objetivo, como son el platonismo, logicismo y formalismo; mientras que la visión dinámica incluye aquellas que consideran el conocimiento como un proceso de creación y construcción por parte del individuo: el aristotelismo, empirismo, intuicionismo y constructivismo social. De Faria (2008) añade además la visión instrumentalista que percibe la matemática como una caja de herramientas para el desarrollo de otras ciencias, donde el docente se centra en las reglas y los procedimientos.

Durante el periodo inicial de prácticas se observó que los alumnos del centro se encontraban inmersos en procesos de aprendizaje que responden a un modelo tradicional y estático, donde el profesor es un mero transmisor de información, que, mediante clases magistrales, fomenta procesos memorísticos y de repetición que se centra en el significado matemático de los conceptos y los procedimientos. Este modelo docente podría enmarcarse dentro del enfoque práctico-artesanal o técnico-academicista definido por Pérez (1995), donde el modelo de enseñanza se basa en la reproducción de contenidos, sin ningún tipo de aportación personal, o con una selección siguiendo pautas de otros docentes, respectivamente.

Nuestra intención, con la propuesta inicial de intervención inicial, era huir de estos modelos de docente e intentar acercarse al modelo hermenéutico-reflexivo (Pérez, 1995), fomentando el carácter dinámico del aprendizaje de las matemáticas, llevando a cabo actividades en grupo, promoviendo la participación e implicación de los alumnos, proponiendo juegos didácticos, fomentando la interacción entre ellos, exponiéndolos a variedad de ejemplos y situaciones, en definitiva, haciendo que el alumno trabaje para construir su propio conocimiento, siendo el protagonista del proceso de aprendizaje.

Sin embargo, ante la actitud de negación y falta de motivación encontrada, a la hora de realizar actividades y plantear situaciones en la clase, diferentes a aquellas a las que estaban acostumbrados, la gestión, sin ser del todo consciente, evolucionó a plantear como principal objetivo que los alumnos aprendieran las reglas y los procedimientos de operaciones con medidas de ángulos y en la aplicación del teorema de Pitágoras, adoptando una visión instrumentalista y alejándome del modelo de profesor hermenéutico-reflexivo.

Es por ello por lo que, en la propuesta de mejora, a través de un proyecto de aula, se pretende dinamizar el proceso de aprendizaje, hacer que los alumnos tengan la oportunidad real de investigar, fomentar la curiosidad por el conocimiento matemático y puedan construir su propio conocimiento, a través de la búsqueda de soluciones y respuestas a los problemas planteados. Que el proyecto fomente la creatividad, el pensamiento crítico, la innovación y el desarrollo de la autonomía de los alumnos, con el objetivo de facilitar al aprendiz su proceso de construcción de conocimiento, guiándolos a lo largo del proceso.

3.3 Teoría del aprendizaje

A lo largo de la historia se han desarrollado diferentes teorías sobre el aprendizaje que tratan de explicar los procesos internos que se llevan a cabo cuando aprendemos, tales como la adquisición de conocimiento, de información o conceptos, así como el desarrollo de actitudes, destrezas motoras y estrategias cognoscitivas.

La teoría conductista, basada en una concepción empirista del conocimiento y la aplicación del asociacionismo como mecanismo principal del proceso de aprendizaje, ha dado paso en los últimos años a un modelo de aprendizaje basado en el procesamiento de información y construcción de conocimiento por parte del individuo.

Esta teoría que se conoce formalmente como cognitiva confiere un papel activo al sujeto que aprende, aspecto fundamental y objetivo de esta propuesta de mejora, en contraposición con la teoría conductista que le asigna una función pasiva.

El constructivismo, considerada como una teoría cognitiva, concibe el conocimiento como “un proceso de construcción genuina del sujeto y no un despliegue de conocimientos innatos ni una copia de conocimientos existentes” (Serrano y Pons, 2011, p3). Se distinguen varios referentes teóricos que se nutren de la concepción constructivista de la enseñanza y aprendizaje entre los que se incluye el constructivismo cognitivo de Piaget, el constructivismo sociocultural de Vygotsky y la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Como se menciona a lo largo del TFM, uno de los objetivos principales que se persigue a través de la propuesta de mejora es promover el aprendizaje significativo. Este es el fundamento principal de la teoría que desarrolló Ausubel y que como ponen de manifiesto Moreira (1997) y Rodríguez (2004) es un concepto subyacente a las distintas teorías constructivistas, coincidiendo con lo expresado por Novak (1981, Moreira, 1997) “el aprendizaje significativo subyace a la integración constructiva entre pensamiento, sentimiento y acción lo que conduce al engrandecimiento (“empowerment”) humano.” (p.13).

La teoría del aprendizaje significativo surge de la necesidad de Ausubel de “conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles de dotar de significado individual y social” (Ausubel 1976, citado por Rodríguez, 2004, p.536). El objetivo de esta teoría es identificar aquellos aspectos que influyen en el proceso de aprendizaje significativo de los alumnos y manipularlos para lograr tal significatividad.

El concepto de aprendizaje significativo, aspecto principal de esta teoría, lo define Moreira (1997) como:

el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto. (p.2)

La adquisición de nuevos conocimientos requiere, según la premisa de no arbitrariedad, de unos conocimientos previos, preexistentes en la estructura cognitiva del alumno, que sirvan de anclaje de los nuevos conocimientos. Por otro lado, la sustantividad, requiere de la incorporación de la sustancia e ideas del nuevo conocimiento y no solo las palabras, en la nueva estructura cognitiva. Estos dos aspectos ponen de manifiesto la importancia que tiene el conocimiento previo del alumno en el aprendizaje significativo (Moreira, 1997).

Para que se produzca aprendizaje significativo el alumno debe presentar una predisposición a aprender de manera significativa que le permita modificar o añadir a su estructura cognitiva el nuevo conocimiento. Para ello es necesario que el material que se le presente sea significativo, es decir relacionable con su estructura cognitiva y que el alumno haya desarrollado ideas y mecanismos que permitan la interacción con el nuevo contenido (Rodríguez, 2004).

Durante el periodo de prácticas se pudo observar cómo la consecución de actividades en el aula y las exposiciones del docente, no fueron capaces de crear una situación de aprendizaje significativo. Los alumnos presentaban apatía y falta de interés por los conceptos y actividades que se les exponían. Y pudiera ser que eso se deba a una carencia en la gestión metodológica empleada, ya que, aunque se trató de involucrar y fomentar la implicación, interés y participación de los alumnos, no fue suficiente para motivarlos, aspectos que Skilling y Styliandes (2015) consideran importantes en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

En consecuencia, se propone modificar la metodología empleada con el objetivo de mejorar la actitud de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas y para ello, se pretende adoptar un modelo de enseñanza donde el alumno adquiera una mayor responsabilidad y autonomía en el proceso de aprendizaje, permitiendo que en algunas fases del proceso sean ellos los que ordenen y construyan su propio conocimiento y que sean sus propios descubridores. Este enfoque, según Bruner (1961), fomenta el aprendizaje significativo a través del desarrollo de la motivación intrínseca e interés por aprender, aspectos que se consideran fundamentales para esta propuesta de mejora. Para Bruner “el significado es producto del descubrimiento porque el descubrimiento es fuente de motivación por sí misma” (Baro, 2011, citado por Walter, Gallegos y Huerta, 2014).

Sin embargo, se considera que este proceso de descubrimiento debe ir acompañado por una transmisión de conocimiento, a través de exposiciones por parte del docente para explicar algunos conceptos básicos, repasar ideas previas, resolver y tratar dudas y afrontar los obstáculos que presenten los alumnos. Coincidimos con lo expuesto por Ausubel (2000, citado por Walter, Gallegos y Huerta, 2014) en que “el aprendizaje significativo descansa sobre la base de los saberes previos del alumno en íntima conexión con la organización del conocimiento que hace el profesor y que puede ser expositiva y verbal, sin dejar de ser significativa” (p.457). Planteamos que es fundamental que los alumnos reciban por parte del docente la información necesaria que les ayude a desarrollar los conceptos y conocimientos de manera significativa

Para Godino, Batanero, Cañadas y Contreras (2015) este uso integrado y combinado de aprendizaje por descubrimiento del alumno y transmisión de conocimiento por parte del docente responde a la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. Este proceso debe comenzar con la selección e investigación de problemas-situaciones que ayuden a guiar el proceso de aprendizaje y toma de decisiones, pero al mismo tiempo se requiere de una atención especial a la gestión del conocimiento del alumno para resolver los problemas y la sistematización del conocimiento emergente (Godino, Batanero, Cañadas y Contreras, 2015).

Como se pudo observar en el periodo de prácticas la mayoría de los alumnos necesitaban de una guía y ayuda considerable para poder aprender, incluso los alumnos más aventajados de la clase. El apoyo al aprendizaje de los alumnos por parte del profesor es fundamental para atender a la realidad del proceso donde interviene un grupo heterogéneo de alumnos y una gran variedad de conceptos. Godino, Batanero, Cañadas y Contreras (2015) identifican estas intervenciones del profesor como momentos críticos en los que se produce un diálogo y cooperación entre los alumnos y el docente, dando lugar a una transmisión de conocimiento.

3.4 Aprendizaje basado en proyectos (ABP)

Es dentro del marco del aprendizaje basado en proyectos (ABP) donde se pretende integrar, a través de un proyecto de aula, actividades y metodologías que generen un aprendizaje significativo de los aspectos de geometría implicados en esta propuesta de intervención. A la hora de implementar esta metodología en el aula debemos ser

conscientes del cambio que supone para los alumnos esta forma “diferente” de aprender ya que tal y como ponen de manifiesto Wagner (2012) y Zhao (2012) (citados por Rekalde y García, 2015, p.229) cuando apoyan su afirmación de que “es una metodología en la que sus participantes (profesorado y alumnado) se han de enfrentar a situaciones nuevas, para las que no se tienen respuestas aseguradas y ello genera incertidumbre, inseguridad, y miedo a lo desconocido”. Es por ello que un aspecto que debemos trabajar con los alumnos es su motivación y predisposición a afrontar situaciones de cambio, incertidumbre y trabajo autónomo en esta fase de su formación.

El ABP es un enfoque comprensivo de enseñanza y aprendizaje en el aula que está diseñado para propiciar que los alumnos trabajen en la investigación de problemas auténticos para encontrar soluciones a estos (Blumenfeld et al, 1991) para lo que se apoya en los principios de proveer a los alumnos de un contexto movilizador de interés, motivación y multidisciplinar además de fomentar el trabajo cooperativo (Railsback, 2002). Este enfoque “impulsa un desarrollo de las competencias clave al movilizar un verdadero aprendizaje activo, cooperativo, centrado en quien aprende y, asociado con un aprendizaje independiente y motivador” tal y como indican Exley y Dennick (2007) y Karlin y Viani (2001) (citados por Rekalde y García, 2015, p.221).

Esta metodología da respuesta al objetivo de la propuesta de mejora de desarrollar en los alumnos la competencia de motivación y trabajo autónomo, además de la competencia matemática cuyo desarrollo, como pone de manifiesto Benjumeda, Romero y López-Martín (2015), se puede llevar a cabo de manera significativa a través del aprendizaje basado en proyectos. Con nuestro proyecto de aula se pretende incluir la mayor parte de los elementos comunes que Dickinson et al (1998), Katz y Chard (1989), Martin y Baker (2000) y Thomas (1998) (citados por Railsback, 2002) señalan de los proyectos auténticos:

- Centrados en el estudiante, dirigidos por el estudiante.
- Claramente definidos, un inicio, un desarrollo y un final.
- Contenido significativo para los estudiantes; directamente observable en su entorno.
- Problemas del mundo real.
- Investigación de primera mano.
- Sensibilidad a la cultura local y culturalmente apropiado.

- Objetivos específicos relacionados con el currículo y los estándares escolares, regionales o estatales.
- Un producto tangible que se pueda compartir con la audiencia objetivo.
- Conexiones entre lo académico, la vida y las competencias laborales.
- Oportunidades de retroalimentación y evaluación por parte de expertos.
- Oportunidades para la reflexión y la auto evaluación por parte del estudiante.
- Evaluación o valoración auténtica (portafolios, diarios, etc.). (p.7)

La integración de estos aspectos dentro del proyecto es un reto significativo que se abordan en los siguientes apartados de este documento. Cabe resaltar la dificultad a la hora de diseñar el proyecto debido al conocimiento limitado de los alumnos: sus intereses y opiniones, que durante el periodo de prácticas solo se llegó a percibir de manera superficial. Es por ello que debemos ser conscientes de la posibilidad de adaptar e incluir aquellos aspectos, dentro del proyecto, que puedan surgir del interés del alumnado y a su vez, respondan a los intereses formativos del docente.

3.5 Proyecto de aula como diseño de intervención

El diseño del proyecto de aula que se propone, surge de la necesidad de proporcionar a los alumnos un contexto donde sean capaces de mostrar interés y curiosidad por los aspectos más destacados de la propuesta de intervención: el concepto de ángulo, operaciones con medidas de ángulo, representaciones de objetos en el plano y el teorema de Pitágoras. Para ello el proyecto plantea una cuestión fundamental sobre el problema organizador: ¿cómo podemos mejorar la movilidad del centro escolar? A esta cuestión se llega después de plantear al alumno una serie de preguntas y situaciones, tal y como se exponen en los Anexos 5 y 6, que les hagan pensar y reflexionar sobre un hecho tan sencillo y habitual como es la presencia de escalones, escaleras y diferencias de nivel que a día de hoy sigue condicionando el acceso y la movilidad dentro de centros educativos y que puede ser extrapolado a otros contextos de sus vidas cotidianas.

En el proyecto, los alumnos desempeñan el papel de diseñador en el cual deben dar respuesta, de manera fundamentada y detallada, al problema existente, mediante soluciones para mejorar la accesibilidad del centro. Deben en un primer momento identificar las posibles deficiencias del centro educativo y plantear soluciones que

mejoren la situación actual, decidiendo el tipo y diseño de la mejora planteada desarrollándola para presentarla como logro final del proyecto.

Para ello deben considerar aspectos más allá del ámbito de las matemáticas, adentrándonos en la materia de Historia, para tener en cuenta los condicionantes que puedan existir a la hora de incorporar modificaciones y adaptaciones en edificios históricos como es el caso del centro donde he llevado a cabo la intervención durante las Prácticas. Este aspecto conecta de manera directa no solo con el centro educativo sino además con otros edificios de interés cultural de nuestro entorno y de otros países que son muy conocidos. Al mismo tiempo se considera importante que se les plantee a los alumnos las soluciones utilizadas en otros edificios históricos, ser conscientes del desarrollo de la geometría en el ámbito de la construcción y de su aplicación para resolver problemas que han surgido a lo largo de la historia.

Una vez que los alumnos han identificado y plasmado gráficamente en un plano, las posibles zonas donde hay obstáculos que dificultan la movilidad, deben plantear soluciones a través de rampas, ascensores u otra alternativa que consideren óptima teniendo en cuenta además otros condicionantes tales como económico, administrativo, sostenibilidad y medio ambiental.

De esta manera se pretende, tal y como mencionan Day (2006), Karlin y Viani (2001) (citados por Rekalde y García, 2015), ligar el proyecto con el contexto de los alumnos y establecer conexiones entre lo académico, su entorno y las competencias que el mundo socio-laboral demanda de los jóvenes de hoy en día. Los alumnos deben, en la búsqueda de soluciones a los problemas planteados, ser capaces de identificar condicionantes y considerar aspectos más allá del ámbito de las matemáticas, proceso fundamental en su formación como individuo en la sociedad actual.

Para afrontar estas cuestiones, los alumnos trabajarán las propiedades de los elementos en un plano y en el espacio, proyecciones y su aplicación en las representaciones de objetos en el plano durante el proceso de planteamiento de las soluciones por parte de los alumnos. Al mismo tiempo las diferentes soluciones de rampas y/o ascensor requieren del conocimiento de conceptos básicos de geometría en el plano y en el espacio.

El proyecto requiere que el alumno necesite llevar a cabo mediciones del centro utilizando métodos de medición directa, pero para medir la altura entre plantas del

edificio o de las plantas más elevadas necesitarán emplear otros métodos de medida indirecta como el de la medición de caída libre. Esta actividad deberá ser coordinada con profesorado del área de Física, para tratar la aceleración de la gravedad y conceptos en relación a la caída libre de objetos y aplicarlo a la medición entre plantas (planos paralelos). Al mismo tiempo, y con el objetivo de que los alumnos tengan la necesidad de realizar operaciones con medidas de ángulos y poder complementar de manera práctica y contextualizado lo ya tratado sobre el concepto de ángulo, propongo una actividad de trabajo cooperativo en el que trabajarán en grupo con sus padres.

Uno de los primeros en investigar la caída libre de objetos y la gravedad fue Galileo Galilei (1564-1642) que realizó un experimento en el que lanzó varios objetos desde la torre de Pisa. A raíz de este método de medición, los alumnos son guiados a reproducir el supuesto experimento que realizó Galileo alrededor del 1600. Para ello deben adentrarse en la historia de la torre de Pisa, del origen y desarrollo de la inclinación que presenta este edificio simbólico y determinar la altura de la torre en la época en la que se realizó el experimento, que no es igual a la altura de la torre actual. Con la información de las distintas fases de inclinación de la torre podrán estimar el ángulo en el que se encontraba en la época en el que Galileo realizó el experimento y poder así calcular la altura de la torre.

Una de las posibles medidas de mejora conduce al alumno al diseño geométrico de la rampa para permitir el acceso al centro, cumpliendo con la normativa existente respecto a la pendiente máxima. Aquí los alumnos deberán trabajar con diferentes ángulos, triángulos rectángulos y finalmente aplicar el teorema de Pitágoras para calcular la superficie de la rampa a la hora de estimar costes de esta opción. Aunque el alumno se pueda decantar por utilizar ascensores como su opción favorita, deben al mismo tiempo plantear los costes y elegir la más económica, lo que conduce al alumno a considerar la rampa de acceso para el acceso principal y el ascensor para salvar las escaleras entre las plantas.

La resolución de estos problemas introduce demandas explícitas de procedimientos y procesos que hace posible que los alumnos trabajen los aspectos matemáticos de la propuesta, manteniendo al mismo tiempo la autonomía del alumnado. El objetivo de este proyecto es que cada grupo de alumnos que trabajen de forma cooperativa desarrollen una solución de mejora para el acceso al centro y movilidad dentro de él.

3.6 Inclusión de los padres en el proceso de aprendizaje

Uno de los aspectos que se pretende tratar en la propuesta es fomentar el interés de los alumnos por la asignatura a través de la participación e inclusión de los padres durante el proyecto de aula diseñado. En el periodo de Prácticas, se pudo observar una falta de interés por parte de los alumnos y una imagen negativa hacia la asignatura, aspectos que se plasmaban en una asistencia a clase discontinuada y un comportamiento disruptivo en el aula.

La imagen que desarrollan los alumnos sobre la asignatura, formada por aspectos como, creencias, emociones, autoconcepto y experiencias previas (Brown, 1995; Ernest, 2004; Lane et al., 2014; Lim, 1999 citado por Lane, 2017) está significativamente influenciada por, entre otros factores, los padres (Lim, 1999, citado por Lane 2017).

El papel que los padres desempeñan a la hora de motivar y suscitar interés por las matemáticas lo pone de manifiesto el estudio realizado por Frenzel, Goetz, Pekrun, y Watt, (2010) que concluye que la exposición de los alumnos a una alta valoración por parte de los padres de las matemáticas está ligada a altos niveles de interés de los alumnos sobre la materia. Cuando los padres muestran interés y entusiasmo por una materia en particular, están proveyendo a los alumnos de un sistema de apoyo que puede reforzar el valor del alumno de esa materia (Eccles et al., 1993; Gonzalez-DeHass, Willems, y Holbein, 2005, citados por Frenzel, Goetz, Pekrun, y Watt, 2010)

Es por ello que en un primer momento se planea reunir a los padres de los alumnos para transmitirles la importancia de su actitud frente a la asignatura y sus efectos sobre el proceso de aprendizaje de sus hijos y al mismo tiempo comunicarles la intención de establecer una serie de sesiones donde trabajen en equipo con sus hijos, con el objetivo de establecer una relación y fomentar la interacción en un contexto de aprendizaje matemático. El trabajo cooperativo, tal y como pone de manifiesto Albersmann y Rolka (2015) es la base para el desarrollo de interacciones en el aprendizaje de las matemáticas entre los padres y sus hijos, donde todos tratan de resolver un problema sin una solución definida, desde una misma posición, sin que los padres ejerzan como la parte poseedora del conocimiento, y se conviertan en compañeros en el proceso de aprendizaje.

Para esto el proyecto plantea una actividad donde cada grupo de familia resuelva el problema de estimar la altura de la torre de Pisa para poder simular o reproducir el experimento que realizó Galileo Galilei para estudiar la caída libre de objetos y la aceleración de la gravedad.

3.7 Trabajo cooperativo

El trabajo cooperativo es una característica fundamental del proyecto, necesario para la consecución de los objetivos del mismo. Esta metodología consiste, tal y como explican Johnson, Johnson y Holubec (1995), en “el uso educativo de pequeños grupos que permiten a los estudiantes trabajar juntos para mejorar su propio aprendizaje y el de los demás” (p.4). Las actividades propuestas en el proyecto requieren que los alumnos aprendan con otros, es decir que sea un aprendizaje social y que a la vez reflexionen sobre su propio aprendizaje, aspectos que Domingo (2010) señala como estrategias que facilitan el desarrollo de las competencias de aprender a aprender, comunicación lingüística, sociales y cívicas y sentido de la iniciativa de los alumnos.

3.8 La evaluación como regulación del proceso

A través del proyecto de aula pretendo implementar un proceso de evaluación continua que me permita adaptar y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. En mi propuesta de mejora se pretende llevar a cabo la evaluación a través de guiones de observación, prueba escrita, mapa conceptual, portafolios, presentación del proyecto final, coevaluación y autoevaluación, y rúbricas con el objetivo de ayudar al alumno a aprender significativamente.

La metodología de trabajo cooperativo permite al docente, mediante la observación e interacción continuada con los alumnos, evaluar el grado de desarrollo de las competencias de los alumnos en las diferentes etapas de su evolución. Esta información puede ser utilizada por el docente para adaptar y mejorar aquellas deficiencias que se detecten, alejándose del simple propósito de calificación o sanción que en muchas ocasiones es utilizada.

La herramienta del portafolios “promueve un alto nivel de interacción entre el profesor y el alumno entre sus ideas y actuaciones, teniendo la bondad de permitir atender a las particularidades de cada aprendiz” (Azcárate, 2006, p.24). Durante el proyecto, se

pretende incorporar actividades específicas y adecuadas para que los alumnos las incluyan en el portafolios, con el objetivo claro de evaluar competencias y contenidos que se consideran importantes en diferentes etapas del proceso de aprendizaje de los alumnos. Debemos fomentar la inclusión en el portafolios de material relevante y útil para el proceso de evaluación, tanto por parte del docente como del alumno. La autoevaluación, tal y como indica Azcárate (2006), “es un hito en la mejora del proceso de aprendizaje” (p.28). Fomenta la adquisición de una mayor autonomía por parte del alumno y al mismo tiempo le concede un papel relevante en el proceso de evaluación; los alumnos son poseedores de parte del poder que el docente normalmente retiene durante este proceso y esta relación entre alumno y profesor promueve un aprendizaje significativo, (Azcárate, 2006), objetivo fundamental de mi propuesta de mejora.

4. Presentación de la propuesta mejorada

A continuación, se detallan los principales aspectos de la propuesta mejorada, teniendo en cuenta lo vivido durante mi periodo de Prácticas y con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Esta propuesta va enfocada, al igual que la unidad didáctica original, a los alumnos de 2º de E.S.O., pero en esta ocasión, no se han considerado los condicionantes a los que se tuvo que ceñir la propuesta inicial.

4.1 Justificación del sentido de la mejora

El proyecto de aula planteado se ha diseñado para poder tratar las principales carencias identificadas durante mi intervención en el periodo de prácticas: la motivación y esfuerzo de los alumnos y su autonomía.

Se pretende que el proyecto ayude a los alumnos a entender un aspecto tan obvio, tan cercano, pero al mismo tiempo tan importante como es el acceso universal al entorno que nos rodea, y que en muchas ocasiones representa además de un obstáculo físico, una barrera a algo mucho más trascendental como es la educación y el desarrollo de las personas como individuos en nuestra sociedad. Para ello los alumnos deberán abordar cuestiones y situaciones reales y trabajar los aspectos sociales, económicos, de sostenibilidad, medioambientales y administrativos necesarios que les permitan tomar una decisión informada y justificada. El resultado final, dependerá del camino recorrido por los alumnos a lo largo del cual pretendo

incorporar todos los contenidos de geometría que se trataron en la intervención inicial en el aula, aunque se introducen aspectos nuevos como las mediciones indirectas, relacionadas con la asignatura de Física. Es un proceso en el que serán guiados por el docente, pero tendrán un papel central en el desarrollo de las competencias claves y específicas, tanto en el trabajo cooperativo con sus compañeros como con sus padres.

Este proyecto de mejora e innovación va más allá de un simple cambio en la dinámica de clase o metodología. Las mejoras planteadas tienen como objetivo dar respuesta a situaciones reales, abordar aspectos relevantes de nuestra sociedad y fomentar valores de respeto, solidaridad y ayuda hacia los demás, al mismo tiempo que se persigue fomentar el interés y la curiosidad por la geometría.

4.2 Planificación de la enseñanza

En este apartado se desarrollan los contenidos, objetivos, competencias, metodología y secuenciación de la propuesta de mejora diseñada. Se definen los diferentes aspectos que se han modificado y mejorado de la unidad didáctica llevada al aula, dándole forma y sentido a una enseñanza alternativa.

4.2.1 Contenidos

Los contenidos de la propuesta de mejora incluyen todos aquellos tratados en la unidad didáctica original e intervención durante el periodo de Prácticas y los hemos ampliado para incorporar aquellos contenidos necesarios para dar respuesta a las carencias identificadas durante este periodo inicial y mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Estos contenidos se integran dentro del proyecto de aula diseñado y de sus actividades complementarias que introducen aspectos adicionales a los contenidos iniciales como la historia de la geometría así como del desarrollo de las medidas indirectas a lo largo del tiempo.

La introducción de conceptos y operaciones relacionadas con medidas indirectas, en particular, la medida de alturas mediante la caída libre de objetos incorpora aspectos del ámbito de la Física donde se tratan conceptos como la aceleración, gravedad, rozamiento y tiempo transcurrido para obtener la altura de edificios. Estos contenidos representan una parte fundamental del proyecto, sobre todo en relación con el trabajo cooperativo con los padres.

Por otro lado, vamos a trabajar conceptos relacionados con la proporcionalidad a través de las escalas para llevar a cabo la representación de objetos en el plano. Es un contenido cuya finalidad es contextualizar y dar sentido a las representaciones ortogonales de objetos en un plano, aplicado al centro educativo. Este aspecto además permite explorar otras aplicaciones de la vida real como la interpretación y lectura de planos.

En el mapa de problemas y contenidos que se encuentra en el Anexo 2 presentan los contenidos tratados en esta propuesta de mejora.

4.2.2 Objetivos y competencias

Esta propuesta de mejora persigue que los alumnos alcancen los objetivos generales de la etapa educativa de 2º de E.S.O., los específicos del área de matemáticas, así como aquellos definidos en la unidad didáctica original que se incluye en Anexo 1. Con esta mejora se pretende modificar y adaptar la metodología previamente empleada para fomentar un aprendizaje significativo de los contenidos por parte del alumnado a través del trabajo cooperativo, del desarrollo de la autonomía y de su exposición a situaciones y problemas contextualizados y de aplicación a la vida real que mejore el interés y la motivación por la asignatura.

Esta modificación y adaptación de la metodología de enseñanza y aprendizaje, persigue un mayor desarrollo y refuerzo de las competencias clave, en particular en relación con la autonomía y capacidad de motivación y esfuerzo de los alumnos. Con esta propuesta de mejora se pretende abordar las mismas competencias clave que se plantearon en la unidad didáctica original (comunicación lingüística, sociales y cívica, para aprender a aprender, sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor), incluyendo además la competencia digital. Los indicadores de las competencias a trabajar en el proyecto se describen a continuación:

- *Competencia en comunicación lingüística (CCL)*: la interacción entre los mismos alumnos, entre los alumnos y sus padres y entre los alumnos y el docente y con agentes externos, se ve reforzada mediante una sesión inicial de detección de ideas previas, un debate de clase, la presentación de la solución desarrollada y a través de las distintas actividades de trabajo cooperativo que se integran dentro del proyecto de aula.

Los alumnos deben ser capaces de transmitir de manera clara, fluida y concisa, tanto de manera escrita como oral, sus ideas, comentarios y los diferentes aspectos de su proyecto a lo largo de las distintas fases, incluyendo las ideas previas, el debate, portafolio, presentación y trabajo final. Deben ser capaces de utilizar el lenguaje matemático de manera adecuada y ser capaces de adaptar su lenguaje para conectar con el receptor al que va dirigida la información.

- *Competencias sociales y cívicas (CSC)*: una de las grandes finalidades del proyecto de aula es reforzar los valores éticos de los alumnos, fomentar la solidaridad con los demás, el trabajo en equipo, el respeto hacia sus compañeros además de mejorar la relación dentro del seno familiar. Solo de esta manera se podrá desarrollar el proyecto y sus actividades de manera satisfactoria.

El trabajo en clase, así como las producciones desarrolladas por los alumnos deben reflejar las aportaciones de todos los miembros del grupo de manera equilibrada. En las actividades de interacción entre los alumnos, ya sea de manera grupal o de la clase entera, los alumnos deben ser capaces de respetar el turno de palabra, escuchar atentamente a los demás y ser respetuosos con las ideas y opiniones de sus compañeros. Deben ser capaces de proyectar una visión positiva y de interés y participar de manera responsable en las actividades del proyecto.

- *Competencia para aprender a aprender (CAA)*: reforzando actividades y dinámicas para el desarrollo de actitudes que les permitan afrontar situaciones de la vida cotidiana, tanto en el presente como en el futuro.

Deben conocer lo que uno sabe y lo que desconoce, comenzando por la sesión de ideas previas y a lo largo de todo el proceso de aprendizaje. Los alumnos deben ser capaces de reflexionar de manera constante a lo largo del proyecto y plasmarlo en el portafolios, desarrollando una argumentación crítica de lo aprendido y aplicado al proyecto. Debe utilizar el mapa conceptual como elemento de reflexión y evaluación de su aprendizaje. Los alumnos deben trabajar de manera responsable e independiente a la hora de afrontar problemas y llevar a cabo una planificación de los diferentes elementos del proyecto, incorporando cambios, mejoras y adaptaciones a lo largo del proceso. Deben cumplir con todos los hitos marcados en su planificación. Los alumnos

demuestran una cooperación en el trabajo en grupo, evaluando y considerando las aportaciones de los demás

- *Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE)*: la naturaleza del proyecto de aula requiere de la iniciativa por parte del alumno para poder desarrollar las actividades y recorrer el camino hasta el final. Los alumnos son responsables de sus decisiones a la hora de definir, planificar, desarrollar y evaluar las diferentes actividades y fases del proyecto.

Los alumnos deben desarrollar de manera autónoma y con iniciativa propia aspectos del proyecto más allá del guion establecido, tales como obtener información del equipo directivo sobre las posibles mejoras para entender con un mayor grado de profundidad el funcionamiento del centro y de los aspectos a considerar a la hora de implementar cualquier cambio o adaptación. Los alumnos deben reflejar en el portafolios un proceso de autoevaluación de su proceso de aprendizaje y deben ser capaces de proyectar una visión positiva y de interés sobre el trabajo realizado. Los alumnos deben demostrar una soltura y madurez a la hora de exponer en la presentación y de plasmar sus ideas y su proceso en los trabajos y actividades realizadas.

- *Competencia digital (CD)*: esta competencia se introduce en el proyecto para que los alumnos aprendan a utilizar los recursos tecnológicos en un contexto de resolución de problemas, buscando, obteniendo y seleccionando información de manera crítica y sistemática.

Los alumnos deben ser capaces de utilizar procesadores de texto a la hora de producir el trabajo final, además de utilizar herramientas y aplicaciones digitales para la presentación gráfica de resultados. Al mismo tiempo, deben demostrar un uso adecuado de fuentes de información como internet, siendo capaces de seleccionar una información variada, detallada y relevante para el proyecto. Los alumnos deben ser capaces de apoyar con referencias todas las fuentes de información utilizadas. Deben apoyarse en material visual de presentación utilizando aplicaciones o tecnología relevante y adaptada a su nivel educativo.

Las subcompetencias de Niss que se desarrollan a través de las actividades propuestas en la mejora de aula son aquellas que se incluyen en la propuesta original llevada a cabo durante el periodo de Prácticas (Anexo 1). Los indicadores que se han tenido en cuenta a la hora de evaluar estas competencias se indican en la siguiente

tabla que se evaluarán mediante las rúbricas que se incluyen en los Anexos 10, 11 y 12.

Tabla 1: Subcompetencias abordadas e indicadores.

Competencias abordadas	Indicadores
Pensar matemáticamente	Identificar conceptos geométricos presentes en la vida real y aplicarlos de manera efectiva. Capacidad de trasladar conceptos geométricos a diferentes situaciones y contextos.
Resolver problemas matemáticos	Identificar, plantear y resolver problemas prácticos y teóricos aplicando estructuras y procedimientos matemáticos.
Modelar matemáticamente	Seleccionar y definir los contextos y aplicaciones de conceptos de geometría en la vida real. Interpretar los resultados matemáticos en términos del mundo real y completando los diseños del proyecto.
Razonar y argumentar matemáticamente	Evaluar, seleccionar y relacionar datos para obtener una solución a un problema geométrico. Desarrollar un proceso de razonamiento y argumentación matemática que deriven en una solución.
Representar entidades matemáticas	Definir y utilizar representaciones geométricas en la resolución de problemas de manera adecuada a la situación.
Utilizar los símbolos matemáticos	Hacer un uso adecuado de la terminología y lenguaje matemático para representar y explicar elementos geométricos.
Comunicarse con y comunicar sobre matemáticas	Ser capaz de entender y hacerse entender, de manera clara y concisa, a la hora de trabajar y explicar conceptos geométricos. Esto debe extenderse al lenguaje escrito y al oral.

4.2.3 Metodología

El principal cambio en la mejora propuesta en relación con la unidad didáctica inicial es la metodología empleada durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. En base a lo vivido durante el periodo de Prácticas, se ha decidido modificar la metodología de trabajo para poder otorgar a los alumnos un mayor grado de responsabilidad y autonomía en el proceso de enseñanza y aprendizaje mediante la implantación de un

proyecto de aula. Con esta metodología de aprendizaje basada en proyectos, la implicación, participación y trabajo cooperativo por parte de los alumnos es fundamental para lograr los objetivos de la mejora.

En un primer momento se fomenta la participación del alumno para poder conocerlos mejor, percibir y observar carencias en relación con las competencias que se proponen desarrollar mediante el proyecto de aula y poder así atender a las necesidades de cada uno de ellos. La interacción entre el docente y los alumnos es un aspecto fundamental de la propuesta de mejora, no solo para que los alumnos desarrollen su competencia de comunicación lingüística, sino además para permitir una continua observación y adaptación por parte del docente del proceso de aprendizaje y enseñanza.

En la mejora, se introduce a los alumnos la historia de algunos aspectos de la geometría, de su desarrollo y de la importancia de aportaciones por parte de distintas culturas en la formación de los conceptos que tratamos y aplicamos hoy en día. Por otro lado, trabajaremos de manera cooperativa en grupos, rompiendo con la estructura tradicional de trabajo en el aula, lo que requerirá de una mayor implicación por parte de los alumnos. Debido a las dificultades que en la mayoría de ellos se encontró durante el periodo de Prácticas, a la hora de implementar dinámicas de clase diferentes a las que estaban acostumbrados, es fundamental que este cambio se produzca de manera progresiva, explicando claramente los objetivos que se persiguen con el proyecto de aula.

En este proceso considero importante trabajar con los alumnos los conceptos fundamentales que necesitarán de la Geometría, utilizando para ello clases expositivas y actividades donde realizarán ejercicios en clase y los resolverán en la pizarra. Durante el periodo de Prácticas la mayoría de los alumnos se interesaron por salir a la pizarra y resolver ejercicios, ya que esto les proporciona la posibilidad de aclarar dudas y construir su conocimiento. La orientación y guía por parte del docente debe complementar el proceso de aprendizaje autónomo de los alumnos que permita el desarrollo de las competencias claves y específicas de una manera eficaz.

El trabajo con los padres se centra en mejorar el interés por la asignatura y en permitir al alumno trabajar con sus padres de igual a igual o incluso liderar el proceso de aprendizaje en esta actividad. Se centra en una actividad donde los alumnos,

habiendo tratado algunos conceptos clave con el docente, los ponen en práctica y profundizan para producir un aprendizaje significativo, al mismo tiempo que trabajan e interactúan con sus padres.

4.2.4 Desarrollo de la propuesta: secuenciación

A continuación, se definen las diferentes sesiones de la propuesta de mejora junto con las actividades que incorporan y las competencias que se pretenden desarrollar en cada una de ellas.

Sesión 1: introducción e ideas previas

En esta sesión pretendo llevar a cabo una introducción sobre los aspectos de geometría que vamos a tratar y, explicar y negociar con los alumnos, el proyecto de aula a desarrollar, incluyendo metodología, roles, compromisos y calificación. En la segunda parte de la sesión propongo investigar sobre las ideas previas de los alumnos, exponiéndolos a diferentes cuestiones y casos de ángulos, propiedades de los ángulos rectos, medidas de ángulos, clasificación de triángulos, expresiones algebraicas y ecuaciones, para poder observar sus reacciones y respuestas y a partir de ahí poder adaptar la siguiente sesión de repaso teniendo en cuenta las carencias detectadas por los alumnos. La presentación con los aspectos y cuestiones que vamos a tratar con ellos en esta primera sesión se incluye en el Anexo 3.

La evaluación durante esta sesión se llevará a cabo mediante un guion de observación (detección y repaso) que se incluye en el Anexo 4. Por otro lado, se utilizará la ficha de evaluación desarrollada para la unidad didáctica original (Anexo 3 de la UD original) con el objetivo de evaluar el comportamiento y actitud de los alumnos a lo largo de todo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Durante esta sesión los alumnos desarrollarán su competencia:

- en comunicación lingüística al participar en las interacciones realizadas para dar respuesta a las cuestiones y situaciones planteadas en el Anexo 3. Deben expresar de manera clara, fluida y concisa sus ideas y conocimiento, utilizando el lenguaje matemático de manera adecuada.
- matemática: se espera que los alumnos puedan conectar con conocimientos matemáticos y sean capaces de definir el concepto de ángulo empleando un lenguaje matemático adecuado, identificar los ángulos de las figuras,

clasifiquen los tipos de triángulos y puedan resolver los cuadrados y las raíces de los números planteados.

- y para aprender a aprender: los alumnos deben interaccionar y participar con sus compañeros y el docente para ser consciente de lo que sabe y de lo que desconoce y poder así establecer un punto de partida.

Sesión 2: sesión de repaso

Durante la sesión de repaso, se pretende tratar el concepto de ángulo, la clasificación de los distintos triángulos, el ángulo recto y la resolución de expresiones algebraicas con el objetivo de refrescar y reforzar estos conceptos antes de comenzar con el proyecto, ya que los alumnos, en teoría, deben haber tratado estos aspectos en niveles educativos anteriores. Para ello el docente hará uso de la pizarra digital y presentará a los alumnos diferente casuística de ángulos, triángulos y expresiones de resolución de ecuaciones. Los alumnos deben participar en la resolución de las cuestiones planteadas e intentar reforzar los conocimientos previos que son necesarios para el proyecto.

Este repaso establecerá un punto de partida para el proceso de evaluación por parte del docente, además de permitir la observación de las reacciones y actitud de los alumnos frente a nociones previamente tratadas. Se utilizará el guion de observación (detección y repaso-Anexo 4) durante esta sesión para evaluar el progreso y detectar carencias significativas que requiera una dedicación más allá de un repaso.

En esta sesión los alumnos desarrollarán su competencia:

- comunicación lingüística: deben interaccionar y participar en las actividades planteadas de repaso y expresar de manera clara, fluida y concisa sus ideas y conocimiento, utilizando el lenguaje matemático de manera adecuada.
- matemática: los alumnos repasan conceptos previamente adquiridos o amplían sus propios conceptos. Deben reconstruir o complementar los conocimientos previos de geometría.
- para aprender a aprender: ser consciente de las carencias en el aprendizaje y en los conocimientos adquiridos previos a esta fase, y trabajar para complementarlos.

Sesión 3: introducción a la historia de la matemática y presentación del proyecto

Para introducir a los alumnos a la historia de la geometría, se le proyectará el vídeo “Historia de la Geometría”, de la serie *El Bosque de los Comos*, extraído de <https://www.youtube.com/watch?v=Kf2keZvdv9I> y poder así tratar el origen y desarrollo de la geometría a lo largo de la historia, haciendo hincapié en el desarrollo del concepto de ángulo y el sistema sexagesimal desarrollado en la cultura babilónica, el teorema de Pitágoras y las representaciones de objetos en el plano desarrolladas por Monge.

Tras esta introducción, se presenta y negocia con los alumnos el proyecto de aula, cuya definición, finalidades, problemática y estructuras planteadas se incluyen en el Anexo 5. Se pretende tratar con los alumnos la problemática y cuestiones a tratar, convirtiéndolos en una parte colaboradora en la definición de algunos aspectos y actividades del proyecto para adaptarlo a sus intereses y necesidades manteniendo la consecución de los objetivos que se persiguen. Se presentarán los detalles del proyecto y se explicará la necesidad de debatir en la siguiente sesión sobre la importancia de llevar a cabo una adaptación y mejora del acceso al centro educativo y los aspectos más relevantes a considerar. Para ello deben recabar información por parte de sus familiares y de ellos mismos sobre situaciones o experiencias vividas donde hayan visto limitada su movilidad al acceder o transitar a algún espacio y poder así ponerlas en común y debatir sobre la importancia de este aspecto de forma general y de aplicación a la situación del centro educativo. Los alumnos deben al mismo tiempo identificar aquellas zonas del centro educativo que en su opinión presentan una dificultad de acceso y movilidad, para poder debatir y hablar sobre ellas en la siguiente sesión.

Durante esta sesión se pretende que los alumnos desarrollen las competencias

- comunicación lingüística: los alumnos deberán argumentar y justificar sus opiniones en relación a la problemática planteada del proyecto de manera grupal.
- matemática: los alumnos deben ser conscientes de los aspectos más significativos del desarrollo de la geometría a lo largo de la historia.

- sociales y cívicas: los alumnos deben participar y ser parte fundamental de la definición inicial del proyecto. Deben respetar la dinámica de la clase y participar de manera activa.
- sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: los alumnos deben aportar y compartir sus ideas y propuestas para aceptar las reglas del proyecto y así fomentar el interés y el trabajo autónomo.

Sesión 4: debate y definición del proyecto

Esta sesión dará comienzo con un debate sobre la situación actual del centro en relación con el acceso y la movilidad de las personas que lo utilizan y las posibles necesidades de mejora. El docente pretende que los alumnos se posicionen sobre la necesidad de mejora del centro, que identifiquen los obstáculos presentes que valoren la importancia del acceso y de la movilidad dentro de él y por otro lado se planteen posibles soluciones para salvar estas barreras. Los alumnos compartirán sus experiencias y expondrán sus ideas y argumentos con el docente, previamente desarrollados, que sentarán las bases para el proyecto de aula. El docente se guiará con la presentación que se incluye en el Anexo 6.

En la segunda parte de la sesión, se propone que los alumnos comprueben en primera persona los condicionantes existentes llevando a cabo un recorrido por el centro con los alumnos donde podrán utilizar unas muletas. De esta manera podrán identificar las áreas de mejora a estudiar en su proyecto, entre las que se deben incluir el acceso principal y movilidad entre plantas. Los alumnos deben producir un trabajo final con sus propuestas, diseños, así como una maqueta de la situación actual del acceso principal y su solución planteada.

A partir de esta actividad, los alumnos formarán grupos de trabajo y comenzarán a definir los objetivos de mejora del proyecto. Los grupos de alumnos deben definir y ordenar sus ideas y argumentaciones con el objetivo de presentárselas al equipo directivo del centro al final del proyecto.

En esta sesión se pretende que los alumnos desarrollen la competencia

- comunicación lingüística: los alumnos debatirán los objetivos del proyecto y deberán exponer y transmitir sus ideas y opiniones de manera concisa y ordenada.

- sociales y cívicas : los alumnos deben trabajar en equipo y considerar las ideas y aportaciones de todos los miembros del grupo. Durante el debate deben respetar a sus compañeros y escuchar otras opiniones.
- sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor: los alumnos deben tomar la iniciativa a la hora de crear los grupos y comenzar a definir los objetivos del proyecto así como en la elaboración del mapa conceptual inicial.

Sesión 5: definiendo el problema

El docente recuerda a los alumnos que deben exponer al equipo directivo la problemática que han encontrado con los accesos, según lo vivido en la sesión anterior, pero ¿por dónde empezamos? ¿qué tenemos que hacer? ¿en qué están interesados y qué necesita saber el equipo directivo? ¿cómo definimos el problema? ¿qué y cómo medimos? (Sesión 5 - Anexo 6) Se conduce a los alumnos a tener la necesidad de definir la situación actual para establecer la magnitud del problema y para ello necesitarán medir las escaleras, que es lo que haremos durante gran parte de esta sesión. Los alumnos deben elaborar un borrador de la configuración existente del acceso principal y de las escaleras entre plantas o dentro del centro educativo.

A la hora de medir, el docente tratará con los alumnos el uso de medidas indirectas como la caída libre de objetos para establecer la altura entre plantas o de la altura de las plantas más altas del centro, lo que genera la necesidad de colaborar con el departamento de Física y preparar el taller con los padres.

El docente debe colaborar con el departamento de Física para desarrollar el concepto de aceleración, gravedad y la introducción de formulación para el cálculo de la altura de caída libre de objetos, con su aplicación a la medición indirecta que pueden llevar a cabo los alumnos en el centro educativo. El uso de medidas indirectas es tratado y ampliado a través del Taller con los padres con el objetivo de aportar una aplicación de carácter histórico y al mismo tiempo poner de manifiesto el desarrollo y aportación de distintas culturas al desarrollo de conceptos que hoy en día adoptamos.

En esta sesión los alumnos desarrollarán la competencia de comunicación lingüística y social y civil al trabajar en grupo durante el proceso de medición y la subcompetencia de representar entidades matemáticas, utilizar símbolos matemático y comunicarse con matemáticas a través de la creación de un borrador de la situación existente de los accesos a tratar.

Sesión 6: transmitiendo información

En esta sesión el docente plantea a los alumnos el problema asociado a la transmisión de información recabada durante las mediciones para que sea pueda entender de manera clara y concisa...el equipo directivo tiene el tiempo muy limitado (Sesión 6 - Anexo 6). Cada grupo debe explicar al docente durante la sesión la problemática planteada con el objetivo de guiarlos a que se cuestionen sobre ¿qué y cómo presentamos la información? ¿de manera descriptiva, visual o manipulable? Durante el este proceso en el que los alumnos podrán explicar la información recabada de manera descriptiva o visual, el docente conduce a los alumnos a percatarse de la necesidad de plasmar en un plano las medidas que han elaborado y de hacerlo de una manera ordenada y concisa para que puedan trabajar y desarrollar posibles mejoras de la situación actual.

A partir de aquí, los alumnos trabajarán en representar en un plano lo medido en la realidad, ya sea para trabajar con él o para desarrollar una maqueta, y el docente durante este proceso cuestionará las representaciones: ¿incluyen todas las vistas? ¿se podría construir una maqueta con la información obtenida en los cuadernos de los alumnos? A lo largo de todo el proceso de representación, los alumnos se encontrarán con la dificultad de plasmar en el plano lo medido ya que no han trabajado las proyecciones ortogonales ni las escalas.

En la segunda parte de esta sesión trabajaremos con los alumnos los conceptos relacionados con el plano, rectas, las posiciones relativas en el plano y en el espacio y las proyecciones ortogonales, utilizando la pizarra digital y complementándolo con la presentación y el truco de “magia” que se utilizaron en las Prácticas y que se incluyen en la unidad didáctica original (Sesión 10 y Anexo 4 de UD original). De esta manera los alumnos podrán revisar y ajustar las representaciones que hayan realizado hasta el momento. Al mismo tiempo, les hago entrega de las fichas de actividades de proyecciones (Anexo 11 de la unidad didáctica original), que los alumnos deben completar de manera individual e incluir en la carpeta de portafolios.

En esta sesión desarrollaremos las competencias de comunicación lingüística, para aprender a aprender, sociales y cívicas y el sentido de la iniciativa. Por otro lado, los alumnos desarrollarán las subcompetencias de pensar y modelar matemáticamente,

representar entidades matemáticas, utilizar los símbolos matemáticas y comunicarse con y comunicar sobre matemáticas.

Sesión 7: proporcionalidad

En esta sesión el docente les plantea a los alumnos la necesidad de crear un poster para presentar sus planos en un formato mayor del que han utilizado para poder exponerlos. Se les da la posibilidad de utilizar DIN A3 o incluso DIN A1 para su representación, aprovechando al máximo el área de papel disponible mediante la ampliación de sus representaciones (Sesión 7 - Anexo 6). En este ejercicio no pueden acotar los elementos de la escalera, aunque se debe poder medir directamente de los planos todos los elementos representados. Esta actividad genera la necesidad de los alumnos de aplicar el concepto de escala y de evaluar tanto la escala que utilizaron para representar sus vistas de la escalera inicialmente como de ampliarlas a un tamaño mayor. De esta manera se trabaja el concepto de proporcionalidad, aplicado al proyecto, ayudando en su desarrollo. El docente guía a los alumnos durante toda la actividad.

Al final de la sesión, los grupos deben esbozar un mapa conceptual de contenidos del proyecto que se incluirá en el portafolios del grupo.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán las subcompetencias de pensar y modelar matemáticamente, representar entidades matemáticas y comunicarse con matemáticas.

Sesión 8: talleres con los padres: búsqueda de información (T1)

En esta sesión los padres y sus hijos trabajarán de manera cooperativa para recrear el experimento de caída libre que, supuestamente, Galileo Galilei realizó en la Torre de Pisa. Cada equipo debe llevar a cabo una investigación sobre la historia de la Torre de Pisa para poder estimar la altura de la torre en el tiempo en el que se llevó a cabo el experimento (circa 1600 d.C.). Para ello trabajaremos en el aula de informática donde tendremos acceso a internet para consultar la información disponible. Al final de la clase deben exponer al resto de los compañeros la información obtenida que podrán complementar mediante la búsqueda de más información hasta la próxima sesión de taller con los padres. Información fácilmente accesible sobre la torre se

incluye en la presentación del Anexo 7, que puede servir de apoyo/guía al docente para la sesión.

El resultado de este proceso de búsqueda y selección de información debe quedar reflejado en el portafolios del taller y entregada para que pueda retroalimentar a los grupos antes del siguiente taller.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia digital, de comunicación lingüística, para aprender a aprender, sociales y cívicas y el sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

Sesión 9: diseñando la rampa de acceso

Una vez definida la situación actual de las escaleras de acceso al centro y de movilidad entre las distintas plantas o áreas, los alumnos deberán estudiar en grupo las posibles alternativas que consideren adecuadas para mejorarlas, y plasmarlas en los planos de trabajo que están desarrollando del proyecto.

En la toma de decisiones, a los alumnos se les invita a considerar variedad de aspectos tales como los sociales, administrativos, económico, sostenibilidad y el uso de materiales y recursos en su diseño. Para ayudar a los alumnos, invitaré a algún miembro del equipo directivo que pueda aportar una visión más detallada de los aspectos relacionados con cambios y reformas en el centro. Los alumnos pueden, además, organizar y planificar cualquier otra entrevista con el equipo directivo para tratar cualquier aspecto que consideren necesario. Cada grupo debe incluir en el portafolios un resumen de las ideas y aspectos más destacados y relevantes de la interacción con los miembros del equipo directivo.

En la segunda parte de la sesión, nos trasladamos al aula de informática para que los alumnos puedan investigar sobre el diseño de rampas de acceso. ¿cómo diseñar una rampa? ¿qué parámetros se deben tener en cuenta? ¿son todas las rampas iguales? ¿qué inclinación deben tener? Con la intención de conducir a los alumnos a la investigación de normativa en relación con el diseño de rampas y a trabajar con pendientes y ángulos de inclinación (Sesión 9 - Anexo 6). Deben definir los parámetros geométricos a considerar para su propuesta de mejora.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas y competencia digital. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 10: pendiente vs coste

El docente plantea a los alumnos en esta sesión la problemática de definir la rampa de acceso de la manera más económica posible, dando al mismo tiempo respuesta a los condicionantes geométricos de la normativa y considerando las limitaciones de espacio de la configuración actual del acceso al centro (Sesión 10 - Anexo 6). Para ello los alumnos deberán estudiar diferentes combinaciones de rampas con las pendientes máximas de 12%, 10%, 8% y 6% (pendientes incluidas en la normativa) para encajar una solución óptima, es decir, se minimice el volumen de materiales en la construcción de la rampa. Los alumnos deben producir un diseño preliminar de su rampa teniendo en consideración todos los condicionantes tratados.

El docente además pide a los alumnos que obtengan los ángulos correspondientes a estas pendientes máximas como actividad de aplicación a incluir en el portafolios. Esta actividad obliga a los alumnos a dibujar estas pendientes y medir los ángulos de cada una de ellas utilizando el transportador o alternatively pueden utilizar las operaciones de medidas de ángulos para obtener estas relaciones, una vez hayan medido el ángulo de una pendiente de 1% o de cualquier otra pendiente que puedan utilizar para que, realizando operaciones de suma, resta, multiplicación o división, puedan obtener los valores de las pendientes máximas necesarias. La relación entre pendiente y ángulo servirá de medio para que los alumnos trabajen de manera contextualizada y de aplicación real el concepto de ángulo, unidades y operaciones con medidas de ángulo.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 11: reflexión, dudas y explicaciones complementarias.

La primera parte de esta sesión se plantea como una reflexión y puesta en común por parte de los diferentes equipos sobre lo tratado hasta ahora en relación con el diseño de la rampa de acceso (Sesión 11- Anexo 6). El docente cuestiona a los alumnos su concepto de pendiente, ángulo, unidades de estos conceptos y medidas de ángulos.

El docente tratará de ayudar a los alumnos y podrá apoyarse en la presentación preparada para la unidad didáctica original para profundizar sobre el concepto de

ángulo (Anexo 4 de la UD original), trabajando la descripción en relación con la amplitud y posición de sus lados.

Otro aspecto que el docente puede reforzar son las unidades de medidas de ángulos, definiendo el sistema sexagesimal y tratando las formas complejas e incomplejas, trabajando en la pizarra digital algunos ejercicios en relación con estos aspectos y aclarando las dudas en relación con la suma y resta de medidas de ángulos además de la multiplicación y división de una medida de ángulo por un número. Los alumnos podrán desarrollar parte de su diseño de mejora de rampa al final de la sesión o aclarar más dudas según sea necesario. En esta sesión se les hará entrega de la ficha de operaciones de ángulos (Anexo 7 de unidad didáctica original), para que la desarrollen y la incluyan en el portafolios.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 12: talleres con los padres: estimación inclinación torre de Pisa circa 1600 d.C. (T2)

En esta sesión cada equipo debe estimar la inclinación de la torre de Pisa cerca del 1600 d.C. en base a la información obtenida previamente sobre su inclinación en el tiempo. Para ello los alumnos necesitarán llevar a cabo operaciones con medidas de ángulos de manera contextualizada y aplicada a un caso real. La respuesta está abierta dependiendo de la información que se utilice, que es abundante y varía dependiendo de las fuentes, pero se persigue un aprendizaje significativo a través de la aplicación y contextualización, de manera autónoma, de operaciones con medidas de ángulos (Anexo 7).

El proceso seguido en esta sesión debe ser incorporado a la carpeta de portafolios del taller que servirá al docente para poder evaluar el progreso y regular el proceso de aprendizaje.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 13: pavimento de la rampa

El docente plantea a los alumnos la necesidad de diseñar la rampa para evitar posibles caídas y resbalones de las personas que la utilicen y para ello deben investigar sobre el pavimento que deben incluir en su proyecto. Esta actividad persigue que los alumnos evalúen los costes del pavimento según las diferentes pendientes para lo que necesitarán calcular la longitud de la hipotenusa de la rampa y obtener así el área de pavimento necesario.

El docente plantea una actividad donde deberán estimar el área de las superficies de las rampas con pendientes del 12%, 10%, 8% y 6% y con una altura correspondiente a la de los escalones del centro escolar (que ya todos los alumnos deben haber medido en sesiones anteriores) (Sesión 13 - Anexo 6). El docente no da ninguna indicación de cómo pueden los alumnos realizar esta tarea. Deben ser ellos los que investiguen e intenten descubrir algún modo de obtener esta información. Es probable que los alumnos tiendan a dibujar las pendientes a escala y midan directamente de los planos la longitud la hipotenusa, ya que habrán definido sus rampas en planos a escala en sesiones anteriores. El docente debe cuestionar la existencia de algún método más sencillo y rápido de llegar al mismo resultado, para lo que plantea a los alumnos que intenten obtener con la longitud de la hipotenusa combinando números (longitudes de los catetos) y símbolos de sumar, multiplicar y raíz cuadrada. El docente no dará respuesta a esta problemática, dejando que los alumnos puedan reflexionar y desarrollar alguna solución de manera autónoma. Esta actividad debe quedar reflejada en el portafolios de los alumnos.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas, iniciativa y espíritu emprendedor. Por otro lado, desarrollarán las subcompetencias de pensar matemáticamente, resolver problemas, modelar, razonar y argumentar, y utilizar los símbolos matemáticos.

Sesión 14: descubriendo a Pitágoras

En esta sesión cada grupo debe poner en común los cálculos realizados para obtener los valores de la hipotenusa de las pendientes. Si ningún alumno ha podido encontrar la solución aplicando el teorema de Pitágoras, el docente debe invitarlo a que explique su procedimiento y lo comparta con el resto de sus compañeros. Si, por el contrario, nadie ha desarrollado la relación del teorema, el docente debe guiar al alumno a

descubrir la existencia de este teorema combinando los números (longitudes de los catetos) y símbolos de sumar, multiplicar y raíz cuadrada que les entregó en la sesión anterior.

El docente complementará este proceso con una breve explicación de la historia del teorema, con el desarrollo de los conceptos teóricos y de aplicación, tanto geométrico algebraico como geométrico, ayudado por la proyección del video <https://www.youtube.com/watch?v=1er3cHAWwIM> (Sesión 6 de UD original) que muestra la relación entre el volumen de los cuadrados de los catetos y el cuadrado de la hipotenusa. El docente entregará a los alumnos una ficha de ejercicios del teorema de Pitágoras (Anexo 8 UD original).

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 15: reflexión y coevaluación

En esta sesión los alumnos llevarán a cabo una actividad de coevaluación donde deberán comprobar que las rampas diseñadas por sus compañeros cumplen con la normativa en relación con pendientes, anchura, pavimento etc y que al mismo tiempo han implementado pendientes que minimizan el volumen y área de materiales, con el objetivo de proporcionar una solución optimizada. Para ello tendrán la necesidad de utilizar los conceptos previamente desarrollados a lo largo del proyecto lo que le permitirá reforzarlos. El docente en esta sesión debe desempeñar el papel de crítico, cuestionando los comentarios y reflexiones de los alumnos sobre los trabajos de los demás y al mismo tiempo guiándolos a lo largo de un proceso que los lleve a la autoevaluación de lo aprendido y plasmado en su proyecto. Las conclusiones de la evaluación deben ser incorporadas al portafolios.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán las subcompetencias de pensar, modelar y razonar matemáticamente, así como comunicar sobre matemáticas.

Sesión 16: taller con los padres: cálculo altura de la torre de pisa (T3)

En esta última sesión del taller con los padres, cada equipo debe evaluar la información disponible para calcular la altura de la torre en 1600 d.C. Los alumnos se

darán cuenta que solamente conocen la longitud de la torre (uno de los lados de un triángulo rectángulo), y el ángulo que forman, por lo que no podrán aplicar el teorema de Pitágoras (Anexo 7). En este punto los alumnos pueden por un lado recurrir a dibujar a escala la torre y medir la altura directamente o investigar otros métodos usando trigonometría que le puedan servir. Independientemente de la opción adoptada, una vez que determinen uno de los catetos, deben resolver el restante utilizando el teorema de Pitágoras. Los cálculos, reflexiones, justificaciones y decisiones tomadas deben ser incorporados al portafolio del taller.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 17: repaso y autoevaluación.

Esta sesión se fomentará la reflexión por parte de los alumnos de lo aprendido, aclarar dudas sobre los aspectos tratados y ayudarlos en el desarrollo de su proyecto. Cada grupo debe evaluar y finalizar su mapa conceptual del portafolio.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales, cívicas y sentido de la iniciativa. Por otro lado, desarrollarán todas las subcompetencias objetivo del proyecto (Tabla 1).

Sesión 18: prueba escrita

En esta sesión se realizará la prueba escrita que consistirá en tres ejercicios: uno de operaciones con medidas de ángulos y otros dos sobre la aplicación y resolución de problemas utilizando el teorema de Pitágoras. Al final de la prueba, se llevará a cabo una pequeña reflexión y análisis sobre el proceso de aprendizaje y se recabará información de los alumnos en relación al docente y las actividades realizadas. Los alumnos deben entregar además el portafolios al final de la clase.

Sesión 19: Presentación

Los alumnos presentarán su proyecto de mejora al resto de la clase y a algún miembro del equipo directivo, llevando a cabo una exposición de configuración libre, pero que al menos debe incluir varias proyecciones realizadas por algún programa de ofimática como powerpoint o similares. Al final de la clase deben entregar sus trabajos en

formato digital para su evaluación final. Los alumnos evaluarán a sus compañeros al igual que el docente.

En esta sesión los alumnos trabajarán la competencia de comunicación lingüística, para aprender a aprender y sociales y cívicas. Por otro lado, desarrollarán la subcompetencia de comunicarse con y comunicar sobre matemáticas.

4.2.5 Evaluación

- **Criterios de evaluación**

Los criterios de evaluación de la adquisición de competencias matemática de los contenidos que se tratan en el proyecto se han extraído de la Orden de 14 de julio de 2016 (BOJA, 2016) y se listan a continuación:

- Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.
- Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas. Utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución.
- Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados contruidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.
- Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.

- **Herramientas de evaluación**

Durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje se llevará a cabo una evaluación continua de alumnos, basada en la observación durante las sesiones, de su progreso y de la adquisición de competencias. Este proceso se llevará a cabo utilizando herramientas de evaluación con el objetivo de obtener información que le permita al docente regular el proceso de enseñanza y aprendizaje a lo largo de las distintas

etapas. El Anexo 8 incluye una tabla resumen de las herramientas de evaluación propuestas que a continuación se detallan.

Ficha de evaluación del profesor

Para poder llevar a cabo una evaluación continua de los alumnos es preciso evaluar su progreso desde el primer momento, teniendo en cuenta aquellos aspectos relacionados con la actitud, participación, expresión y respeto hacia los demás compañeros y el docente que reflejan el desarrollo de las competencias de comunicación lingüística, sentido de la iniciativa, sociales y cívicas y para aprender a aprender. Para ello propongo el uso de una ficha de evaluación (Anexo 3 de la UD original) donde el docente puede anotar el resultado de su evaluación diaria.

Mapa conceptual y el portafolios

El mapa conceptual pretende que los alumnos reflexionen sobre los conceptos tratados, permita la autoevaluación de lo aprendido y organicen sus conocimientos a lo largo del proyecto. Se concibe como un elemento de evaluación continua en el que los alumnos de manera cooperativa deben ir construyendo una estructura definida que promueva el aprendizaje significativo de los contenidos y el desarrollo de la competencia matemática y para aprender a aprender. Esta herramienta se incluirá dentro del portafolios y el alumno debe evaluarlo y actualizarlo a medida que se avanza en el proyecto.

El portafolios, además de incluir el mapa conceptual, servirá a los alumnos de plataforma a través de la cual poder demostrar su desarrollo y progreso a lo largo de todo el proceso de aprendizaje. Esta herramienta promueve la reflexión por parte de los alumnos sobre lo aprendido y su aplicación e incorporación dentro del proyecto de aula que se plasma a través de las distintas actividades que se incluyen en este documento. La evaluación por parte del docente permite retroalimentar al alumno y aportar mejoras y propuestas con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Guion de observación- detección y repaso

En un primer momento, es necesario evaluar el conocimiento de los alumnos sobre aspectos tales como el concepto de ángulo, ángulo recto, clasificación de triángulos, áreas de cuadrado y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado. Para esto propongo llevar a cabo una primera sesión interactiva en la que los alumnos mediante

preguntas y problemas planteados expresen sus ideas y que el docente, mediante el guion de evaluación que se incluye en el Anexo 4, pueda establecer un punto de partida para el proyecto y al mismo tiempo repasar y reforzar aquellos conceptos que presenten deficiencias.

Guion de observación- debate

Tras un primer contacto con los alumnos y con el objetivo de involucrarlos en la definición de algunos aspectos del proyecto, se llevará a cabo un debate donde los alumnos expongan tanto experiencias relacionadas con la movilidad en el centro como fuera de ellas. Tal y como subraya Sánchez (2007) “el debate es aceptado por el alumno como una herramienta válida de evaluación y preferible respecto a las fórmulas tradicionales” (p.13).

El docente, mediante un guion de observación (Anexo 9), podrá evaluar el impacto de la temática sobre los alumnos y el interés suscitado además de detectar posibles áreas de mejora, adaptación o cambio del proyecto para adecuarse a los intereses e inquietudes de los alumnos.

Al mismo tiempo, esta sesión ayudará al docente a evaluar la participación de los alumnos, su capacidad de comunicación, de respeto hacia el turno y la opinión de los demás y de justificar y defender sus ideas y posturas de forma argumentada.

Rúbrica para el trabajo de mejora

Propongo el uso de una rúbrica (Anexo 10) para evaluar el trabajo que los alumnos deben preparar en relación con la propuesta de mejora de la movilidad en el centro educativo. Este trabajo incorporará la/s soluciones de mejora desarrolladas por cada grupo y debe incluir los diferentes aspectos y contenidos tratados a lo largo de todo el proceso. La rúbrica servirá para evaluar a los grupos de trabajo y complementará a las demás herramientas tanto puntuales como de evaluación continuada.

Rúbrica para portafolios

Uno de los elementos clave de la evaluación del proyecto es el portafolios que será evaluado a lo largo de su desarrollo con el objetivo de regular el proceso de aprendizaje de los alumnos. Para ello, se propone el uso de una rúbrica (Anexo 11) que define los criterios e indicadores de desarrollo de las competencias. El desarrollo

de las competencias durante el taller con los padres se evaluarán mediante un portafolios para este taller.

Rúbrica para la presentación

Los alumnos deberán exponer su propuesta de mejora en una presentación final. Se evaluarán además de las competencias matemáticas, todas aquellas en relación con la comunicación, iniciativa y respeto por los compañeros, tal y como se contempla en la rúbrica del Anexo 12. En esta actividad, los alumnos formarán parte del proceso de evaluación a través de la coevaluación de sus compañeros durante las exposiciones.

Coevaluación

Los alumnos tendrán la oportunidad de evaluar el trabajo realizado por sus compañeros durante una sesión de trabajo y en la presentación final del proyecto. Este proceso permite al alumno formar parte de la evaluación, asignándole un papel y una responsabilidad donde se trabajará la honestidad y la autocrítica.

Prueba escrita

Durante el periodo de prácticas, la interacción con los alumnos, su observación y evaluación diaria me permitió evaluar a cada uno de los alumnos antes de la prueba escrita, cuyos resultados coincidieron con mi percepción previa. Creo que el examen debe ser una herramienta más en el proceso de evaluación de los alumnos y para ello debe ser diseñado a tal efecto.

Mi propuesta incluye llevar a cabo el examen antes de finalizar el proyecto con el objetivo de aportar a los alumnos retroalimentación y poder así mejorar el proceso de aprendizaje.

Por otro lado, considero que los alumnos deben aprender a hacer exámenes y para ello que mejor forma que practicando. Es una herramienta presente en todos los ámbitos de la educación hoy en día y no podemos dejar de considerarlas dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para concluir, la calificación se llevará a cabo teniendo en cuenta cinco aspectos fundamentales que se evaluarán a lo largo de todo el proceso:

1. Participación e interacción de los alumnos (15% de la nota final): a través de la ficha de evaluación desarrollada en la unidad didáctica original (Anexo 3 de la

UD original), y se califica en cinco niveles (del 1, 2, 3, 4 y 5, con porcentajes de calificación de 0, 3, 7, 12 y 15% respectivamente)

2. Mapa conceptual y portafolio (20% de la nota final): el mapa conceptual y el portafolio se evaluarán a lo largo del proceso, con una evaluación final, teniendo en cuenta los criterios establecidos en la rúbrica del Anexo 11. Esta rúbrica establece cuatro niveles de desarrollo que se utilizarán para establecer el nivel global del alumno, asignando desde el nivel 1 hasta el nivel 4, porcentajes de calificación de 5, 10, 15 y 20% respectivamente.
3. Prueba escrita (25% de la nota final): con el objetivo de que los alumnos practiquen este tipo de prueba y comprobar unos conocimientos mínimos. El peso de esta herramienta en la calificación implica que no es condicionante para superar la asignatura.
4. Trabajo de proyecto (25% de la nota final): se evaluará en base a los trabajos grupales entregados siguiendo la rúbrica del Anexo 10. Esta rúbrica establece cuatro niveles de desarrollo que se utilizarán para establecer el nivel global del alumno, asignando desde el nivel 1 hasta el nivel 4, porcentajes de calificación de 7, 12, 20 y 25% respectivamente.
5. Presentación del trabajo (15% de la nota final): se evaluará en base a las exposiciones grupales realizadas siguiendo la rúbrica del Anexo 12. Esta rúbrica establece cuatro niveles de desarrollo que se utilizarán para establecer el nivel global del alumno, asignando desde el nivel 1 hasta el nivel 4, porcentajes de calificación de 3, 8, 12 y 15% respectivamente.

5. Conclusiones e implicaciones educativas y para la futura formación docente

En los siguientes apartados se incluye nuestra valoración crítica de la propuesta de mejora planteada, aspectos que se podrían considerar para complementarla o adaptarla, pero que en esta ocasión no se han incorporado y finalmente una valoración de la futura formación como docente.

5.1 Valoración crítica de lo que aporta la propuesta presentada

La propuesta de mejora presentada es el resultado del análisis y reflexión sobre lo aprendido durante el máster y en especial, de lo vivido en el periodo de Prácticas con

los alumnos de secundaria. La propuesta persigue que los alumnos aprendan significativamente y además desarrollen algunas de las competencias necesarias para enfrentarse a los retos de una sociedad dinámica y en constante cambio.

Para ello, se ha diseñado un proyecto, que incorpora un taller con los padres, con el objetivo de suscitar el interés y la curiosidad por el aprendizaje, en este caso de las matemáticas. Sin embargo, debemos ser conscientes de que este proyecto se ha diseñado sin ningún contacto previo directo con los alumnos. Considero que, a la hora de plantear una enseñanza de esta naturaleza, la implicación y participación de los alumnos debe ser considerable para poder diseñar algunas actividades de acuerdo a los intereses particulares de los alumnos, convergentes con el objeto del proyecto.

Por otro lado, somos conscientes de las dificultades que pueden plantear trabajar con los padres de los alumnos, y los problemas o concepciones que se pueden desarrollar entre alumnos cuyos progenitores no asistan o no muestren interés por asistir o participar en los talleres. Sin embargo, es un planteamiento abierto que debe ser consensuado para encontrar la opción más factible para todas las partes implicadas. Aun así, planteo que la implicación de los padres y el trabajo de éstos con sus hijos es fundamental en el proceso educativo en general y se debe al menos intentar involucrarlos y hacerlos partícipes del proceso de aprendizaje y enseñanza.

5.2 Valoración de posibles nuevas mejoras

La metodología innovadora de aprendizaje basada en proyectos requiere de un esfuerzo y una dedicación excepcional por parte de los docentes y de los alumnos en comparación con el método tradicional de enseñanza. El cambio en la metodología que representa la propuesta de mejora puede ser un obstáculo a la hora de implantarlo en el aula no solo por la modificación de la rutina de los alumnos sino además por la coordinación y dedicación que se requiere por parte del equipo directivo y docente de todo el centro educativo para permitir una mayor adaptación e inclusión de nuevas metodologías de trabajo. En este caso debemos contar con la colaboración del profesorado del área de Física, para el desarrollo de las actividades del proyecto, pero se podrían integrar otros departamentos y es por ello que el docente debe fomentar la participación y dedicación de otros departamentos a través de talleres dentro del equipo docente.

A la hora de diseñar la propuesta de mejora he analizado algunos aspectos o alternativas que en este caso he decidido omitir pero que se podrían poner en práctica en el futuro. Entre ellas se encuentra el uso de herramientas dinámicas de aprendizaje como Geogebra. Durante el máster se ha tenido la oportunidad de experimentar y adentrarse en el amplio campo de posibilidades que ofrece este tipo de herramienta en el aprendizaje autónomo por parte de los alumnos.

Por otro lado, planteamos que el uso de plataformas y aplicaciones de internet mejora el proceso de aprendizaje de los alumnos ya que son aspectos presentes en su vida cotidiana. El uso del móvil, por ejemplo, es algo sobre lo que debemos trabajar, en el sentido de educar a los alumnos y a algunos docentes, para poder explotar su potencial con el objetivo de adaptar el proceso de aprendizaje a la realidad de la sociedad actual.

El uso de idiomas en el proceso de aprendizaje, y en particular, en el ámbito científico es algo que se pretende desarrollar y poner en práctica en el futuro, dado que mi experiencia universitaria y laboral en el extranjero, ha permitido percibir en primera persona la importancia del desarrollo del segundo idioma en los alumnos, y en particular del inglés.

Una forma interesante de tratar aspectos de geometría y representación de objetos en el plano que se ha considerado, pero que parece avanzado para el nivel educativo de esta mejora, es investigar y experimentar con figuras del escultor Miguel Ortiz Berrocal. Este tipo de actividad amplía el horizonte de la asignatura, poniendo de manifiesto la presencia de la matemática en el arte y dándole una dimensión más profunda a la representación de objetos en el plano y el trabajo con ángulos.

5.3 Valoración de necesidades futuras de formación docente

Uno de los aspectos más importantes que se ha podido apreciar a través de la experiencia en el máster ha sido la dificultad asociada al proceso de enseñanza y aprendizaje, debido a la cantidad de factores, muchos de ellos sobre los que el docente no tiene ningún control, que intervienen en este proceso. La diversidad del alumnado, de los docentes, del entorno social y cultural del centro y recursos son algunos de los muchos aspectos que de menor o mayor manera afectan el proceso de aprendizaje y enseñanza.

En un primer momento, no fui consciente de la dificultad en relación con la transposición didáctica de los contenidos que he tratado durante mis prácticas. Aunque mi formación de Ingeniero de Caminos me permite sobrepasar los conocimientos matemáticos que he tratado, pude ver como a la hora de explicar algunos conceptos tuve que refrescar detalles y ampliar mi conocimiento sobre ellos. Es un aspecto que a la hora de enfrentarse a los alumnos en el aula los docentes debemos controlar o al menos ser conscientes de posibles rutas de escape ante situaciones comprometidas.

Por otro lado, cabe resaltar la formación recibida en las asignaturas del máster, sobre todo las de carácter general, donde en la gran mayoría estaban enmarcadas dentro de un nivel teórico. Considero que tengo mucho por aprender, sobre todo en el aspecto práctico, en relación con la atención a la diversidad, motivación, trato con los alumnos, etc. Creo que este máster me ha ayudado a ser consciente de las carencias en relación con mi formación pedagógica y didáctica, que debo complementar a través de lecturas, asistencia a cursos y formación complementaria.

En relación con las prácticas, creo que el máster aporta una exposición muy limitada, y al mismo tiempo algo artificial, del contexto educativo. El periodo es muy corto y no permite adquirir una visión completa del desarrollo de los alumnos a lo largo de por ejemplo, un curso completo. Un aspecto en el que he sufrido debido a la falta de experiencia ha sido el en el trato y gestión de los alumnos en el aula lo que ha representado en ocasiones un obstáculo en el desarrollo y gestión de la unidad didáctica durante las Prácticas. Sin embargo, planteamos que, aunque la experiencia del docente puede ayudar a mejorar su formación, si este proceso no va acompañado de una reflexión de lo vivido y una intención de mejora, el progreso será poco productivo. La reflexión debe ser un aspecto fundamental del proceso de formación del docente.

Aunque la experiencia nos puede aportar ideas y ayudar a desarrollar nuestras herramientas de la gestión del aula, es importante ser conscientes de procedimientos, técnicas o actividades que te permitan establecer algunas pautas a seguir en el día a día. Debemos formarnos en estos aspectos a través de publicaciones, conferencias o simplemente compartiendo experiencias, puntos de vista y opiniones con otros profesionales del sector.

Los docentes debemos estar en formación constante, como es el caso de la mayoría de las profesiones, y debemos tener una predisposición a experimentar, de manera controlada y fundamentada, nuevas metodologías, nuevos entornos educativos y poder adaptarnos a las demandas de la sociedad actual. El docente debe dar respuesta a las necesidades de los alumnos para proveerles de las herramientas necesarias para convivir y desarrollarse.

6. Referencias

- Abrate, R., Pochulu, M., y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María, República Argentina: Universidad Nacional de Villa María.
- Albersmann, N., y Rolka, K. (Febrero, 2015). Parent-child cooperation in mathematics learning: Insights into maths-experience days. En K. Krainer y N. Vondrova (Eds.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1544-1550). Praga: Charles University en Praga, Faculty of Education and ERME.
- Alsina, C. (1994). ¿Para qué aspectos concretos de la vida deben preparar las matemáticas? *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 1(1), 37-43.
- Azcárate, P. (2006). Propuestas alternativas de evaluación en el aula de matemáticas. En, J.M. Chamoso y J. Durán (Eds.). *Enfoques actuales en la didáctica de la Matemática*. Madrid: MEC.
- Azcárate, P., y Cuesta, J. (2005). El profesorado novel de secundaria y su práctica. Estudio de un caso en las áreas de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 393-402.
- Barroso, R., y Martel, J. (2008). Caracterización geométrica del desarrollo de la triada piagetiana. *Educación matemática*, 20(1), 89-102.
- Benjumeda, F. J., Romero, I., y López-Martín, M. M. (2015). Alfabetización matemática a través del aprendizaje basado en proyectos en secundaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (p. 163-172). Alicante: SEIEM.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., y Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational psychologist*, 26(3-4), 369-398.

- BOJA (2016), Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado (BOJA, núm. 144, 28 de julio de 2016).
- Bruner, J. S. (1961). The Act of Discovery. *Harvard Educational Review*, 31(1), 21–32.
- Casas, L. M., y Luengo, R. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201-216.
- Cerón, D. C., Mesa, Y. C., Rojas, C., y Medina, A. C. (2011). La naturaleza de las matemáticas en el estudio de las concepciones del profesor. *Memorias 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (ASOCOLME), Quindío, Colombia.
- Corredor, M. (2011). Instrumentos cognitivos en el pensamiento matemático. *Praxis & Saber*, 2(4), 103-126.
- Corredor, M. (2012). Epistemología y sociogénesis de la geometría. *Cuestiones de filosofía*, 14, 36-56.
- D'Amore, B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria (pp.36-58). *Cuadernos del Seminario en educación*, 8. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- De Faria, E. (2008) Creencias y Matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3(4), 9-27.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona, España: Paidós.
- Domingo, J. (2010). El aprendizaje cooperativo y las competencias. *Revista d'Innovació Docent Universitària*, 2, 1-9. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/RIDU/article/viewFile/141791/224732>.
- Frenzel, A.C., Goetz, T., Pekrun, R. y Watt, H.M.G. (2010) Development of Mathematics Interest in Adolescence: Influences of Gender, Family and School Context. *Journal of Research on Adolescence*, 20(2), 507-537.
- Gamboa, R., y Ballester, E. (2009), Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 4(5), 113-136. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6915>.

- García, S. y López, O. L. (2008). La enseñanza de la Geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa. México D.F, México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Godino, J. D., Batanero, C., Cañadas, G. R., y Contreras, J. M. (Febrero, 2015). Linking inquiry and transmission in teaching and learning mathematics. En K. Krainer y N. Vondrova (Eds.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2643-2648). Praga: Charles University en Prague, Faculty of Education and ERME.
- González, P. M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17-28.
- Jonhson, D.W., Jonhson, R.T., y Holubec, E.J. (1995). *Los nuevos círculos de aprendizaje. Cooperación en el salón de clases y en la escuela*. Buenos Aires, Argentina: Aique.
- Lane, C. (Febrero, 2017). Students's images of mathematics: the role of parents' occupation. *Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1280-1286). Dublin: Institute of Education, Dublin City University.
- Londoño, C., y Prada, B. (2011). Lecciones epistemológicas de la historia de la geometría. *Cuestiones de Filosofía*, 13, 183-211.
- Marmolejo G., y Vega M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje, *Educación Matemática*, 24(3), 9-34.
- Maz, A. (1999). Historia de las matemáticas en clase: ¿por qué? ¿para qué? En M. I. Berenger, J. M. Cardeñoso, y M. Toquero (Eds.). *Investigación en el aula de matemáticas. Matemáticas en la sociedad*. Granada: Sociedad Thales y Departamento de Didáctica de la Matemática UGR.
- Moreira, M. A. (1997). Aprendizaje significativo: un concepto subyacente. En M.A. Moreira, C. Caballero y M.L. Rodríguez, (Eds.). *Actas del II Encuentro Internacional sobre Aprendizaje Significativo* (pp. 19-44). Burgos, España: Servicio de Publicaciones. Universidad de Burgos.
- Parada, S., Figueras, O., y Pluinage, F. (2011). Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. *Revista de educación y pedagogía*, 23(59), 85-102.

- Parada, S., y Pluvinage, F. (2014). Reflexiones de profesores de matemáticas sobre aspectos relacionados con su pensamiento didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 17(1), 83–113.
- Pérez, A. I. (1995). Autonomía profesional del docente y control democrático de la práctica educativa. *Volver a pensar la educación (Vol.II) Prácticas y discursos educativos. Congreso Internacional de Didáctica*. (pp. 339-347). La Coruña: Morata.
- Railsback, J. (2002). Project-Based Instruction: Creating Excitement for Learning. *By Request Series*, 1-55. Recuperado de <http://educationnorthwest.org/sites/default/files/projectbased.pdf>
- Rekalde, I., y García J. (2015). El aprendizaje basado en proyectos: un constante desafío. *Innovación Educativa*, 25, 219-234.
- Rodríguez M. L. (2004) La Teoría del aprendizaje significativo. En A.J. Cañas, J.D. Novak, y F.M. González (Eds.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proceedings of the First International Conference on Concept Mapping* (pp.535-544). Pamplona: Dirección de Publicaciones de la Universidad Pública de Navarra.
- Sánchez, G. (2007). *El debate académico en el aula como herramienta didáctica y evaluativa*. Recuperado de <http://abacus.universidadeuropea.es/bitstream/handle/11268/3294/S%c3%a1nc%20Prieto%2c%20Guillermo.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Serrano, J. M., y Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1). Consultado el día 18 de junio de 2017 en: <http://redie.uabc.mx/vol13no1/contenido-serranopons.html>.
- Skilling, K., y Styliandes, G. (Febrero, 2015). Promoting cognitive engagement in secondary mathematics classrooms. En K. Krainer y N. Vondrova (Eds.) *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1280-1286). Praga: Charles University en Praga, Faculty of Education and ERME.
- Torregrosa, G., y Quesada, H. (2007). Coordinación de los Procesos Cognitivos en Geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación Matemática Educativa*, 10 (2), 275-300.

Walter, L., Gallegos, A., y Huerta, A. O. (2014). Aprendizaje por descubrimiento vs. Aprendizaje significativo: Un experimento en el curso de historia de la psicología. *Boletín-Academia Paulista de Psicología*, 34(87), 455-471.

7. Anexos

7. Anexos	63
7.1 Anexo 1: Unidad didáctica original	64
7.2 Anexo 2: Mapa de problemas	134
7.3 Anexo 3: Presentación de introducción e ideas previas	135
7.4 Anexo 4: Guion de observación de ideas previas	141
7.5 Anexo 5: Proyecto de aula - Salvando alturas	142
7.6 Anexo 6: Presentaciones de sesiones	147
7.7 Anexo 7: Taller con los padres La Torre de Pisa	151
7.8 Anexo 8: Tabla resumen de evaluación	156
7.9 Anexo 9: Guion de observación del debate	158
7.10 Anexo 10: Rúbrica de trabajo de proyecto	159
7.11 Anexo 11: Rúbrica de portafolios	161
7.12 Anexo 12: Rúbrica de presentación	163

7.1 Anexo 1: Unidad didáctica original



UNIVERSIDAD DE CÁDIZ

MÁSTER OFICIAL EN PROFESORADO DE EDUCACIÓN
SECUNDARIA OBLIGATORIA Y BACHILLERATO,
FORMACIÓN PROFESIONAL Y ENSEÑANZA DE
IDIOMAS.

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICAS. CURSO 2016/2017

UNIDAD DIDÁCTICA

I.E.S. SANTA ISABEL DE HUNGRÍA,
JEREZ DE LA FRONTERA.

Autor del trabajo: Daniel Martínez Ruiz
Tutor de universidad: Dr. José María Cardeñoso
Tutora de centro: M^a Luisa Alcón Alfaro
Puerto Real, 21 de mayo de 2.017

Tabla de contenido

1. Introducción.....	3
2. Descripción del centro y su contexto.....	3
3. Fundamentación teórica de la propuesta seleccionada.....	5
4. Planificación de la propuesta de intervención.	9
4.1 Finalidades/ Objetivos.....	9
4.2 Competencias.....	13
4.3 Contenidos.....	16
4.4 Metodología.....	18
4.5 Secuencia de actividades.....	19
4.6 Evaluación.....	28
4.7 Adaptaciones curriculares.....	30
5. Referencias.....	32
6. Anexos.....	34

1 Introducción

Este documento presenta la unidad didáctica para mi periodo de prácticas de enseñanza en el I.E.S. Santa Isabel de Hungría, en Jerez de la Frontera.

2 Descripción del centro y su contexto.

El centro I.E.S. Santa Isabel de Hungría se sitúa en casco histórico de la población de Jerez de la Frontera, dentro del denominado barrio de Santiago.

La construcción del edificio que hoy es el IES Santa Isabel de Hungría se remonta a principios del siglo XVII cuando albergó un convento de la orden de la Merced que, tras la desamortización de Mendizábal, se transformó en el Hospital de Santa Isabel de Hungría, de carácter municipal. No fue hasta los años noventa que el edificio se restauró y remodeló para ser utilizado como centro de educación de secundaria y bachillerato.

El centro está formado por un conglomerado de edificios que incluye un claustro del antiguo convento, un edificio moderno principal donde se albergan las aulas, varios edificios anexos que formaban parte del antiguo hospital, y un pabellón gimnasio de reciente construcción. El edificio moderno principal, situado en la entrada del instituto, tiene tres plantas donde se encuentran la gran mayoría de aulas, despachos y zonas de servicios del centro, incluyendo una biblioteca, una cafetería y una copistería. En la parte antigua de claustros y antiguo hospital, los espacios, entre los que se encuentran alguna salas y espacios de usos múltiples, se construyeron manteniendo y respetando las características de las edificaciones anteriores y se han tenido que adaptar a ellas.

Esta composición hace que el centro presente una distribución poco convencional, condicione la organización de los espacios para los diferentes usos a los que pueden ser destinados en un centro educativo y además afecte la convivencia del centro. Por un lado, hay un número considerable de aulas en el centro que dan a la calle principal que está muy transitada por tráfico rodado lo que supone una molestia y dificultad a la hora de impartir las clases, sobre todo en los meses de primavera y verano cuando las ventanas tienden a estar abiertas. Por otro lado, varias aulas especiales (música, gimnasio, talleres, salón de actos) están alejadas del aulario principal, lo que supone desplazamientos largos que favorecen los retrasos y además la sobreocupación de los espacios obliga a utilizar aulas de otros grupos cuando éstos salen. Otro aspecto a tener en cuenta es que la distribución actual del centro presenta numerosos rincones, huecos, recodos, pasillos, puertas que dificultan la vigilancia y control de todos los espacios. Los

alumnos podrían esconderse en algunos lugares y pasar desapercibidos durante periodos largos de tiempo sin ser localizados.



Figura 1: vistas del claustro del centro.

El centro cuenta con un total de diecisiete aulas ordinarias, dos de ellas dedicadas a desdobles. A esto hay que añadir las siguientes aulas específicas: Biblioteca, tres Aulas de Informática (dos para el Ciclo de Grado Medio y una para ESO y Bachillerato), Taller de Informática, Aula de Audiovisuales, Laboratorio de Química, Aula del Ciclo de Integración Social, Laboratorio y Aula de Ciencias, Taller y Aula de Dibujo, Taller de Tecnología, el Departamento de Matemáticas y el gimnasio. Además de esto el centro cuenta con los Departamentos de Idiomas, Lengua y Clásicas, utilizados también como aulas específicas y el Aula de Apoyo. El salón de actos, es utilizado, excepcionalmente, para algunas clases debido a la falta de espacios.

Las aulas presentan una distribución de tres filas de dos mesas y todas están provistas de pizarras digitales situadas en la pared hacia la que se disponen las mesas de los alumnos en el aula. Por otro lado, las aulas incluyen una pizarra de tiza que se sitúa en un lateral de la clase. La iluminación de las clases se consigue mediante una combinación de luz natural y artificial. Las aulas no presentan ningún mecanismo ni medida que permita el control de la temperatura o ventilación por lo que se recurre a las ventanas para su regulación.

El equipo docente lo componen alrededor de 55 profesores de los cuales el 75% es de carácter permanente. El equipo directivo lo forman la directora, la vicedirectora, el secretario, el jefe de estudios y el jefe de estudios adjunto. El personal de administración y servicios está formado por tres ordenanzas, tres limpiadoras de plantilla y un administrativo. A este personal hay que añadir tres limpiadoras a tiempo parcial pertenecientes a una empresa contratada por la Junta de Andalucía. El número de unidades de la ESO es de 24 actuales, con dos líneas bilingües.

En el centro se imparte actualmente Enseñanza Secundaria Obligatoria y Bachillerato además de enseñanzas de formación profesional específicas en el Ciclo Formativo de Grado Superior de Integración Social y Ciclo Formativo de Grado Medio en Sistemas Microinformáticos y Redes. Esta variedad en el tipo de enseñanza tiene repercusiones en la convivencia en el centro debido a la disparidad de edades del alumnado, desde niños de 12 años a adultos con cargas familiares, ya que las medidas del plan de convivencia están enfocadas a los alumnos más jóvenes.

La situación socioeconómica de la zona de influencia del centro está marcada por niveles altos de desempleo altos, porcentaje de empleados eventuales y empleos de baja cualificación y todos ellos muy por encima de la media de la ciudad. Los padres y madres de las familias de los alumnos que acuden al centro presentan un nivel bajo de instrucción educativa, entre los que destacan un porcentaje significativo de analfabetismo y un número limitado de progenitores con titulación básica. Cabe destacar el alto porcentaje de madres amas de casa que están presente en casi las tres cuartas partes de las familias del centro.

La situación socioeconómica y cultural de la zona influye en el desarrollo de las actividades del centro, puesto que esto se refleja en el comportamiento del alumnado incluyendo el modelo sexista en el que están muy marcados los roles masculinos y femeninos. Al centro acuden alumnos de familias que presentan una problemática muy variada que van desde la familia desestructurada a familias con graves problemas personales. El absentismo es una de las principales consecuencias y reflejos de familias con problemas estructurales.

El alumnado de secundaria que acude al centro proviene de los colegios adscritos de la zona, aunque también reciben algunos de las áreas de influencia y limítrofes. El alumnado incluye inmigrantes que constituyen en torno al 5% del total del alumnado, de unas 15 nacionalidades entre las que destacan la procedencia sudamericana y magrebí. Por otro lado, el alumnado de la comunidad gitana es significativa en el centro.

3 Fundamentación teórica de la propuesta seleccionada.

La propuesta de intervención que he diseñado se enmarca dentro del bloque de geometría en el nivel educativo de 2º de E.S.O. en el que he tratado tres aspectos fundamentales como son el concepto de ángulo y sus operaciones, representaciones de objetos en un plano y el teorema de Pitágoras. Dentro de este grupo de 2º E.S.O., cabe destacar la presencia de una alumna que ha repetido curso y un alumno que se encuentra en desventaja social ya que convive en el seno de una familia

desestructurada. Durante el primer periodo de prácticas pude observar el trabajo y funcionamiento de estos alumnos en el aula de matemáticas con mi tutora. Son alumnos en general de perfil medio o medio bajo en cuanto a rendimiento académico se refiere y que en algunos casos tienen problemas de comportamiento en la clase.

A la hora de plantear mi posición sobre la propuesta que llevaré al aula me ha surgido la necesidad de abordar varias cuestiones. Una de ellas es la necesidad de cambio y adaptación a la legislación educativa y al progreso de las nuevas tecnologías que considero nos obliga a adoptar nuevos enfoques didácticos en la enseñanza de las matemáticas. Hoy en día el acceso al conocimiento está tan generalizado que, tal y como indica Azcárate (citado por Azcárate, 2008), no tiene sentido que la escuela actúe como un espacio de transmisión de conocimiento. Es por ello que la educación matemática debe enfocarse en proveer a los alumnos de las herramientas y capacidades necesarias para que puedan seleccionar, integrar y transformar la información disponible en beneficio y aplicación de sus objetivos en el mundo real en el que vivimos (Hernández, citado por Azcárate, 2008).

Otra de las cuestiones que considero importantes abordar es el contexto en el que se desarrolla el proceso de enseñanza y aprendizaje, destacando el papel del alumno y del profesor. Durante mi primer periodo de prácticas en el centro pude observar un modelo de actuación por parte de mi tutora y otros docentes que en mi opinión presentaban carencias que repercutían significativamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta metodología se basa en la memorización de conceptos y algoritmos por parte de los alumnos que se sitúan en un segundo plano respecto a la figura y actuación central y predominante del docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

A la hora de establecer una postura de actuación es necesario ser consciente de nuestra concepción respecto al conocimiento matemático, es decir, entender qué idea hemos formado sobre este conocimiento en nuestra mente. Este aspecto se ve reflejado en las decisiones tomadas en relación al contenido y forma de presentación dentro del aula por parte del docente, tal y como indica Santos (citado por Cerón, Mesa, Rojas, y Medina, 2011).

A lo largo de la historia de la matemática, se han desarrollado diversas concepciones sobre el conocimiento matemático que según Cerón y otros (2011), se pueden agrupar o clasificar como estáticas o dinámicas. Estas concepciones se asocian a diferentes corrientes de pensamiento entre las que destacan el platonismo, el logicismo y el formalismo que conciben las matemáticas como una actividad mental abstracta donde el conocimiento matemático está constituido por verdades absolutas y es el único

conocimiento verdadero, siendo este fijo y objetivo (Socas y Camacho, 2003). Por otro lado, están las corrientes del aristotelismo, el empirismo, el intuicionismo y el constructivismo social donde el conocimiento se adquiere mediante la construcción, por parte del individuo, de sus propios conceptos a través de la experimentación y la observación. Socas y Camacho (2003) concluyen que la racionalidad matemática es un aspecto que subyace en la actividad matemática de estas dos perspectivas atribuyéndola a los sistemas formales para la concepción estática/absolutista o al sujeto humano en el caso de la concepción dinámica/relativista.

Otro aspecto a tener en cuenta es cómo aprenden los alumnos. En este aspecto nos encontramos con dos teorías: el conductismo y el cognitivism. Por un lado, el conductismo considera el aprendizaje como el desarrollo de nuevas acciones o la modificación de las presentes, tal y como indica Leiva (2005), donde observamos el producto o comportamiento resultado del aprendizaje. Este cambio debe ser permanente y al mismo tiempo ser el resultado de la práctica u otra forma de experiencia. Como comenta Leiva (2005), el contexto, o el ambientalismo es uno de los aspectos más significativos de esta corriente de pensamiento sobre el aprendizaje donde asigna al sujeto una función pasiva y considera que el aprendizaje no es una cualidad intrínseca del mismo, sino que necesita ser impulsada por el ambiente. El conductismo se basa en una concepción asociacionista, al considerar que el conocimiento se crea al relacionar los antecedentes de una situación con sus consecuentes.

Por otro lado, tenemos el cognitivism en el que el sujeto es considerado un procesador activo de información, capaz de condicionar la información recibida. Esta corriente confiere al ser humano una concepción constructivista en el proceso de aprendizaje.

Mi propuesta de intervención la he diseñado desde una perspectiva constructivista, donde los alumnos desempeñan un papel activo en la construcción del conocimiento y el docente se sitúa en una posición de guía y orientador en este proceso, aunque también incluye exposiciones de conceptos a los alumnos que sirvan de apoyo para la adquisición del conocimiento de los alumnos. Creo que a la hora de aplicar algún modelo didáctico debemos ser conscientes de la realidad del aula en la que la vamos a aplicar y adaptarnos a las necesidades de los alumnos. Coincido con Valcárcel (2004) en que no existe un modelo único que resuelva todos los problemas educativos y haga frente a todos los tipos y estilos de aprendizaje y enseñanza teniendo en cuenta además la gran variedad de alumnos y profesores.

Durante las sesiones planteo exponer a los alumnos a una gran variedad de ejemplos, situaciones y aplicaciones que faciliten la construcción de sus propios conceptos, fomentando una participación activa por parte del alumnado. Este es uno de los aspectos principales a tener en cuenta en la construcción del concepto de ángulo tal y como indican Casa y Luengo (2005), en el que subrayan la dificultad añadida de la diferencia entre la definición formal y el proceso cognitivo de construcción de los alumnos. El uso de varias definiciones del concepto de ángulo es uno de los aspectos a tratar con los alumnos que pretendo afrontar mediante variedad de ejemplos y casuística que ayude a su construcción de manera autónoma por parte de los alumnos. Para ello me ayudaré de dos reglas plegables con las que realizaré las explicaciones del concepto de ángulo, principalmente como giro (aunque también la utilizaré para trabajar el concepto de región) y permitir que los alumnos puedan manipular estas herramientas para trabajar estos conceptos.

Tal y como indican García y López (2008), el conocimiento en el alumno se construye cuando interactúa de manera activa con el objeto de estudio y por lo tanto la necesidad de que los ejercicios y explicaciones promuevan la actividad mental de los alumnos. Para ello tengo programado una serie de juegos y actividades didácticas que creen interés por la materia y mejoren el proceso de aprendizaje.

Pretendo además que las actividades y exposiciones realizadas en clase promuevan el aprendizaje significativo y fomenten el desarrollo de la capacidad de motivación y esfuerzo de los alumnos. Esta es una herramienta que podrán utilizar no solo en niveles superiores de educación sino en su entorno y vida cotidiana y es por ello que considero fundamental el abordar este aspecto.

La geometría se ve enmarcada actualmente en un modelo tradicional de enseñanza donde se promueve la memorización de fórmulas, definiciones geométricas teoremas y propiedades que se desarrolla mediante de repetición y descontextualizadas (Gamboa y Ballesteros, 2009). Tal y como explican Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004, citado por Gamboa y Ballesteros 2009):

El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Más aún, para lograr un aprendizaje significativo, es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido, y a su vez las habilidades visuales sean guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia. (p.116).

En mi intervención propongo el uso de herramientas visuales para las explicaciones, mediante presentaciones animadas y el uso del software geogebra para realizar actividades y explicaciones del concepto de ángulo, proyecciones sobre planos, representaciones de objetos en el plano y el teorema de Pitágoras. La visualización es un aspecto fundamental en la enseñanza y aprendizaje de la geometría (Marmolejo y Vega, 2012) y es por ello mi interés en el desarrollo de esta capacidad por parte de los alumnos, en particular a través del estudio de los elementos en el plano y espacio con el objetivo final de aplicación de trabajar las representaciones de objetos en el plano. Para ellos en mi propuesta de intervención incluiré varias actividades que fomenten el desarrollo de esta capacidad.

Otro aspecto a desarrollar en mi propuesta de intervención es la resolución de problemas mediante el teorema de Pitágoras para lo que he programado llevar a cabo actividades y problemas de forma contextualizada y que fomenten la competencia de resolución de problemas matemáticos y además el uso del lenguaje matemático.

Para llevar a cabo la evaluación, debemos valorar el grado de dominio de la competencia matemática lo que conlleva analizar actuaciones de los alumnos ante actividades reales puestas en contexto (Azcárate y Cardeñoso, 2012). Contemplo la evaluación como un proceso continuado de observación y adaptación donde el profesor sea capaz de adecuar su metodología de enseñanza para cubrir las necesidades de los alumnos y no solo y exclusivamente como un medio de calificación en el proceso de aprendizaje. En mi propuesta de evaluación he considerado las evidencias definidas por Azcárate (2006) de actuación, de los resultados y de conocimiento previos para los tres aspectos fundamentales que trabajaré con los alumnos dentro del bloque de geometría. El proceso de calificación es una parte de las prácticas que viene condicionada por el sistema educativo actual u particularmente por el centro donde realizo las prácticas y que por lo tanto prescribe en algunos aspectos la evaluación a llevar a cabo durante el proceso de aprendizaje. Más detalles sobre la evaluación de mi propuesta de intervención se incluyen en la sección de evaluación de este documento.

4 Planificación de la propuesta de intervención.

4.1 Finalidades/ Objetivos.

“La Geometría ofrece, a quien la aprende, una oportunidad para emprender un viaje hacia formas superiores de pensamiento”. (García y López, 2008, p.28). Con esta frase he querido poner de manifiesto una de las finalidades de mi propuesta de intervención en la que persigo que los alumnos desarrollen su capacidad de abstracción y sean

capaces de manejar mentalmente imágenes de figuras y relaciones geométricas. Pretendo que los alumnos desarrollen un nivel de pensamiento deductivo, más allá de un nivel empírico de pensamiento. Considero además que aprender geometría es fundamental para que los alumnos entiendan el mundo que les rodea, su entorno cotidiano.

Otra de las finalidades que pretendo con mi unidad didáctica es que los alumnos desarrollen su capacidad de motivación y esfuerzo que, en mi opinión, están estrechamente ligadas a la competencia para aprender a aprender. Esta finalidad la considero fundamental para el desarrollo de los alumnos como individuos en la sociedad actual en la que vivimos. Para ello he desarrollado actividades de clase en grupos e individuales al mismo tiempo que ejercicios de refuerzo y ampliación para realizar en casa que ayuden a los alumnos a construir su conocimiento sobre los aspectos que vamos a tratar.

Del mismo modo, una de las finalidades de mi propuesta de intervención es la participación por parte del alumnado en la resolución de problemas y ejercicios en la pizarra de manera que mejoren la comunicación, la convivencia en el aula (al realizar explicaciones al resto de compañeros) y el uso del lenguaje matemático.

A continuación, se incluyen los diferentes objetivos de la etapa educativa, los objetivos generales del área de matemáticas de 1º y 2º de E.S.O. y los objetivos específicos de la propuesta de intervención.

- Objetivos de la etapa educativa.

Objetivos de la etapa de la Educación Secundaria Obligatoria vienen definidos en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE, 2015). A continuación, se listan estos objetivos (BOE, 2015, p176-177).

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, en la lengua castellana y, si la hubiere, en la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma, textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural.

k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias, afianzar los hábitos de cuidado y salud corporales e incorporar la educación física y la práctica del deporte para favorecer el desarrollo personal y social. Conocer y valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad. Valorar críticamente los hábitos sociales relacionados con la salud, el consumo, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, contribuyendo a su conservación y mejora.

l) Apremiar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación.

- Objetivos generales del área de matemáticas de 1º y 2º de E.S.O.

Los objetivos que persigue la enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía vienen definidos en la Orden de 14 de Julio de 2016 (BOJA, 2016). A continuación, se listan estos objetivos (BOJA, 2016, p204):

1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor; utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.), tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar información de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual. Aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, la salud, el consumo, el reconocimiento de la contribución de ambos sexos al desarrollo de nuestra sociedad y al conocimiento matemático acumulado por la humanidad, la aportación al crecimiento económico desde principios y modelos de desarrollo sostenible y utilidad social o convivencia pacífica.

- Objetivos específicos de la propuesta de intervención.

A continuación, se incluyen las capacidades que pretendo que los alumnos desarrollen con mi propuesta de intervención.

1. Conocer y entender el concepto de ángulo en el plano.
2. Reconocer los diferentes tipos de ángulos en el plano.
3. Saber determinar elementos geométricos del plano.
4. Identificar las posiciones relativas de puntos y rectas en el plano.
5. Conocer y definir las unidades de medida de ángulos.
6. Convertir formas complejas en incomplejas de medidas de ángulos.
7. Operar con formas complejas e incomplejas de medida de ángulos.
8. Identificar las posiciones relativas de rectas y planos en el espacio.
9. Trazar la proyección ortogonal de un punto sobre un plano y de un segmento sobre un plano.
10. Saber proyectar de manera ortogonal las vistas principales de un objeto geométrico en el espacio sobre tres planos.
11. Resolver problemas de geometría aplicando el teorema de Pitágoras.

4.2 Competencias.

Debemos entender la competencia no como una cosa a aprender sino como algo similar a una estructura o forma dentro de la cual la información se organiza y configura (Azcárate y Cardeñoso, 2012).

Las competencias clave a desarrollar por los alumnos de la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato se establecen en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, y se definen como “aquellas que todas las personas precisan para su realización y desarrollo personal, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo” (BOE, 2015, p.170). Estas competencias se entienden como un conocimiento en la práctica, es decir, un saber hacer con aplicación dentro de un diverso ámbito de contextos de carácter académico, social y profesional. A continuación, se incluyen las competencias claves a desarrollar en mi propuesta de intervención:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): se fomentará que los alumnos se expresen de manera ordenada, concisa y desarrollada en diferentes modalidades de comunicación durante las sesiones. Se promoverán actividades en grupo donde sea necesario la interacción entre los diferentes miembros además de con el profesor para promover un diálogo constructivo. Los alumnos deben ser capaces de explicar los pasos seguidos durante el proceso de resolución de los problemas, ejercicios y actividades realizadas.
- Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT): los alumnos aplicarán principios y procesos matemáticas en distintos contextos mediante las actividades y ejercicios de medidas de ángulos y el teorema de Pitágoras. Al mismo tiempo, los alumnos trabajarán la resolución de problemas matemáticos en la aplicación del teorema de Pitágoras además de interpretar y reflexionar sobre los resultados obtenidos de esta aplicación.
- Competencia para aprender a aprender (CAA): fomentaré actividades en las que los alumnos deban trabajar de forma autónoma, tanto en clase como en casa, y que se hagan responsables de su propio proceso de aprendizaje. Los alumnos tendrán la oportunidad de mejorar su proceso de aprendizaje mediante mis observaciones y ayuda durante las actividades en la clase y también a través de la retroalimentación que recibirán del proceso continuo de evaluación.
- Competencias sociales y cívicas (CSC): se promoverá el respeto a la hora de comunicarse e interaccionar con los demás compañeros y con el profesor. Fomentaré que los alumnos muestren tolerancia y respeto por las opiniones de los demás compañeros valorando el uso correcto del turno de palabra. Se trabajará además la realidad del aula en relación a la diversidad de los alumnos, tanto en sus capacidades como ritmo de trabajo. Un aspecto fundamental es que

los alumnos aprendan a comportarse y a mostrar respeto por sus compañeros en la clase, sobre todo a la hora de escuchar a la otra persona que intenta expresar su opinión o explicar algún aspecto relevante.

- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor (SIE): Trabajaremos la capacidad de motivación y de esfuerzo de los alumnos. Éstos deben ser capaces de tomar decisiones con autonomía, tomar la iniciativa a la hora de desarrollar algunas de las actividades y ser capaz de afrontar los problemas de manera positiva. se valorará la capacidad de los alumnos de gestionar su tiempo tanto en clase como fuera de ella. Los alumnos deben ser capaces de adaptarse a los diferentes ritmos de las sesiones, así como de incorporar cambios a su dinámica de trabajo.

Además de las competencias clave, he definido las competencias específicas matemáticas de Niss (2003) que se van a desarrollar en mi propuesta de intervención. La competencia matemática debe contribuir a superar el saber matemático generalizado con el que cuentan hoy los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria (Azcárate y Cardeñoso, 2012). Cualquier competencia matemática específica contribuye a la adquisición de la competencia clave matemática. Mi propuesta de intervención tiene como objetivo el desarrollo de las siguientes competencias específicas matemáticas:

- Pensar matemáticamente: promoviendo en el alumnado el uso de las matemáticas contextualizadas dentro de aspectos de la vida cotidiana, que les permita conocer y entender la extensión y limitaciones de conceptos matemáticos y su utilización.
- Resolver problemas matemáticos: de aplicación de operaciones con medidas de amplitud de ángulos y el teorema de Pitágoras.
- Modelar matemáticamente: mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y el uso de las operaciones con medidas de amplitud de ángulos en la resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Argumentar matemáticamente: a través de las demostraciones del teorema de Pitágoras.
- Representar entidades matemáticas (situaciones y objetos): basándome en la demostración del teorema de Pitágoras en relación a las áreas de los distintos cuadrados de cada uno de los lados del triángulo rectángulo. También trabajando las representaciones de objetos en el plano y el concepto de ángulo.

- Utilizar los símbolos matemáticos: exponiendo a los alumnos a diferente casuística en el empleo de simbología para la resolución de problemas en la aplicación del teorema de Pitágoras y en las operaciones relacionadas con medidas de ángulos.
- Comunicarse con y comunicar sobre matemáticas: mediante el incentivo de participación de los alumnos en las clases y en la resolución de ejercicios y actividades en la pizarra y fomentando el uso preciso y detallado del lenguaje matemático.

4.3 Contenidos.

A la hora de definir los contenidos de mi propuesta de intervención incluyo en primer lugar los contenidos mínimos que establece la ley educativa actual y a continuación los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

➤ Contenidos mínimos

La Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) define unos contenidos mínimos para las materias de la Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) y del Bachillerato que los alumnos deben tratar durante esta etapa. En el caso de 1º y 2º de E.S.O. los contenidos mínimos en relación a mi propuesta de intervención se encuentran dentro del bloque de Geometría tal y como se detalla a continuación:

- Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: paralelismo y perpendicularidad.
- Ángulos y sus relaciones.
- Medida y cálculo de ángulos de figuras planas
- Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.

Además del contenido de carácter geométrico, la LOMCE incluye el Bloque 1. “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas” una serie de contenidos generales y transversales que deben desarrollar los alumnos junto con los contenidos relacionados con las diferentes ramas de la matemática.

➤ Contenidos conceptuales

Estos contenidos hacen referencia a los principios, leyes y teorías que constituyen el cuerpo de conocimiento de la temática de mi propuesta de intervención: elementos básicos de geometría.

- Concepto de ángulo: definiciones y elementos de un ángulo.
- Tipos de ángulos en el plano.
- Puntos, rectas y planos: determinación de posiciones relativas en el plano.
- Medida de ángulos: el grado sexagesimal.
- Formas complejas e incompleja de medidas de ángulos.
- Posiciones relativas en el plano y en el espacio.
- Trazado de la proyección ortogonal de un punto y segmento en un plano.
- Teorema de Pitágoras.

➤ Contenidos procedimentales

Son aquellos que definen unas estrategias, habilidades y destrezas que permiten a los alumnos descubrir, interpretar y comprender la realidad que les rodea.

- Conversión de formas complejas e incompleja de medidas de ángulos.
- Operaciones con medidas de ángulos: suma y resta de ángulos y multiplicación por y cociente de medida de ángulo entre un número.
- Resolución de problemas mediante operaciones con medidas de ángulos.
- Clasificación de ángulos según amplitud y posición de sus lados.
- Resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras.
- Utilización del teorema de Pitágoras en el planteamiento y resolución de problemas de la vida cotidiana.
- Representación de objetos en el plano: planta, perfil y alzado.

➤ Contenidos actitudinales

Se pueden definir como aquellos valores, normas y actitudes que puedan ser utilizados para intentar solucionar o prevenir algunos de los problemas de la sociedad actual. En este caso, he considerado los siguientes aspectos:

- Atención al uso del lenguaje matemático adecuado.
- Adquisición de actitud positiva a la hora de afrontar la resolución de problemas de geometría.
- Tolerancia entre los alumnos en situaciones donde se producen errores o no se entienden las explicaciones dentro del campo de la geometría.
- Respeto por las opiniones de los compañeros y tolerancia a la hora de resolver ejercicios y actividades de manera grupal.

4.4 Metodología.

Teniendo en cuenta la fundamentación teórica planteada para mi propuesta de intervención, la metodología que pretendo seguir en mis sesiones se basa en el aprendizaje significativo. Considero a los alumnos como el centro de mis actuaciones, promoviendo su participación activa y fomentando la colaboración y el aprendizaje. Pretendo que esta dinámica de clase ayude al alumno a desarrollar su capacidad de motivación y esfuerzo que considero fundamental en los alumnos.

Las sesiones las planteo como una combinación de explicaciones por mi parte del contenido teórico combinada con ejercicios de aplicación y contextualización, donde además pretendo incorporar varios juegos didácticos y actividades en la clase enfocados a fomentar el interés por la materia y al mismo tiempo favorecer el proceso de puesta en práctica y aplicación de nuevos conceptos.

Los juegos se plantean en grupo y las actividades algunas en grupo y otras de forma individual. Unos de los aspectos que pretendo fomentar es la autonomía de los alumnos a la hora de trabajar y aprender en clase y en sus casas teniendo siempre en cuenta que:

El profesor debe a la vez permitir a cada alumno abordar un saber que le sobrepasa y proporcionarle la ayuda necesaria para que lo interiorice. Al mismo tiempo debe solicitar el compromiso de la persona y poner a su disposición los recursos sin los cuales no podrá obtener buenos resultados en su aprendizaje. (Meirieu, 2006, p.24).

Considero fundamental una alternancia de explicaciones con actividades y juegos para cambiar la dinámica de la clase y poder así mantener los niveles de atención de los alumnos. Una de las consideraciones más importantes que tengo programado es la participación por parte de los alumnos en el periodo de explicación donde no solo yo les “cuente” la teoría, sino que les cuestione, pregunte e incite a su implicación en este proceso. De este modo pretendo fomentar un clima de confianza y positividad en el aula que facilite el proceso de aprendizaje de los alumnos y permita, sin ningún tipo de condicionante, su participación en la clase. Mi intención es que las clases sean dinámicas y propicien el enriquecimiento de los conceptos y las imágenes conceptuales de los objetos geométricos que tratemos en el aula (García y López, 2008).

He programado el uso de una regla plegable para llevar a cabo mis explicaciones del concepto de ángulo y para que los alumnos puedan manipular y crear ellos mismos sus diferentes ángulos en la clase. Por otro lado, he preparado otros materiales de apoyo

utilizando piezas de lego y una carta mágica para ayudar a los alumnos a comprender los conceptos explicados y al mismo tiempo diluir el carácter formal de las explicaciones.

Otro aspecto significativo de mi propuesta de intervención es la resolución de ejercicios y problemas por parte de los alumnos en la pizarra. En este proceso, propongo que los alumnos vayan explicando al resto de compañeros los pasos realizados y que justifiquen sus decisiones al respecto. Mi intención es que se cree un clima de participación e interés en el aula que considero es un aspecto fundamental del proceso de aprendizaje de los alumnos. Además, este proceso me servirá como herramienta de evaluación del progreso individual y del grupo clase no solo a nivel de conocimiento adquirido sino de actitud de trabajo, participación, interés, motivación y esfuerzo en la materia.

Por otro lado pretendo que los ejercicios de aplicación de operaciones con medidas de ángulos, representaciones de objetos en el plano y del teorema de Pitágoras progresen hacia un medio contextualizado a la vida cotidiana. Considero que cuando los alumnos son capaces de conectar lo aprendido en el aula con aspectos de la vida real se fomenta el aprendizaje significativo.

4.5 Secuencia de actividades.

A continuación, describo la secuenciación de las sesiones de mi propuesta de intervención.

- Sesión 1: Presentación, ideas previas e introducción a la geometría.

La primera parte de la sesión la dedicaré a la presentación de los aspectos más relevantes de mi propuesta de intervención de elementos básicos de geometría. Pretendo que los alumnos sepan desde el primer día los contenidos que va a incluir el tema, el tipo de clase que voy a implantar, así como los criterios de evaluación y de calificación de mi intervención. La presentación que he preparado en power point se encuentra en el Anexo 1.

A continuación, los alumnos completarán un cuestionario individual de ideas previas con el objetivo de conocer un poco mejor las características de los alumnos y poder identificar desde el primer momento posibles dificultades y obstáculos que puedan tener en relación al concepto de ángulo, sus unidades de medida, clasificación de triángulos, y resolución de ecuaciones y raíces cuadradas. El cuestionario incluye unas figuras para que los alumnos identifiquen ángulos y me ayuden a evaluar el desarrollo del concepto de ángulo y su capacidad de visualizar la línea oculta que forma el ángulo (Mitchelmore & White, 2000).

Este cuestionario es un elemento fundamental en el proceso de evaluación continua que voy a implantar durante mis sesiones ya que me va a poder permitir recopilar información que me ayudará a adaptar mis explicaciones y actividades propuestas durante las futuras sesiones. Al mismo tiempo, mientras los alumnos realizan el cuestionario, podré observar sus reacciones a las preguntas y cuestiones que se les plantean y ver de primera mano el proceso que los alumnos siguen a la hora de enfrentarse a situaciones que requiere del uso de un conocimiento previo. Este cuestionario no formará parte de la calificación final de los alumnos y se incluye en el Anexo 2.

Para la evaluación continuada de los alumnos he elaborado una ficha de evaluación en la que podré reflejar aspectos relacionados con el trabajo, participación y colaboración diaria de los alumnos. Esta ficha se encuentra en el Anexo 3.

Durante esta sesión los alumnos desarrollarán su competencia lingüística, matemática y para aprender a aprender.

- Sesión 2: Ángulos definición: región y giro. Introducción al punto, recta y plano.

Para esta sesión tengo planteado explicar a los alumnos el concepto de ángulo en el plano, utilizando las dos definiciones de región y de giro. Para ello tomamos de base el libro de texto de los alumnos, pero he preparado una presentación en power point (Anexo 4) con animaciones para ayudar a los alumnos a visualizar y entender las dos definiciones y poder trabajar con ellos de una manera dinámica el concepto. Además, pretendo complementar la presentación con la ayuda de una regla articulada plegable para realizar las explicaciones de ángulo, en particular el concepto de ángulo como giro.



Figura 2: Regla articulada plegable.

Para que los alumnos puedan entender las definiciones de ángulo, es necesario que conozcan las propiedades del punto, la recta y el plano, así como de semirrectas, segmentos y semiplanos que es el siguiente aspecto que propongo explicar. Pretendo que estos elementos los asocien al concepto de ángulo y evitar así tener que explicarlas de forma aislada y sin aplicación. He preparado unos ejercicios de aplicación (Anexo 5) de estos conceptos para que los alumnos realicen en clase.

Trabajar los ejercicios en clase me permitirá observar el progreso de los alumnos en el aprendizaje de estos conceptos y evaluar su comportamiento, actitud e interés en la asignatura. Esta observación, sumada a la de la clase en general, me servirá para completar la ficha de evaluación del día de hoy. Para casa los alumnos deben realizar varios ejercicios de aplicación que se incluyen en el libro de texto.

Durante esta sesión los alumnos habrán trabajado la competencia lingüística, matemática y para aprender a aprender.

- Sesión 3: Tipos de ángulos.

Empezaremos la sesión corrigiendo los ejercicios que mandamos ayer y repasando los conceptos tratados en las sesiones anteriores.

A continuación, trabajaremos los tipos de ángulos según su amplitud (recto, agudo, obtuso, cóncavo, convexo y llano) y la posición de sus lados (consecutivos, adyacentes y opuestos por el vértice) además de las propiedades de los ángulos complementarios y suplementarios. Apoyado por el libro de texto de los alumnos, utilizaré la pizarra digital y las reglas plegables en mis explicaciones, presentándole diferentes casos de ángulos en el plano formados por dos semirrectas.

Como actividad de aplicación, los alumnos realizarán varios ejercicios que se incluyen en el libro de texto con el objetivo de poner en práctica durante la clase los tipos de ángulos y sus propiedades. Una vez más este proceso de trabajo en la clase me servirá para poder evaluar el proceso de aprendizaje de los alumnos y ayudarlos de forma individual y grupal. La evaluación seguirá siendo mediante observación y con la ayuda de la ficha de evaluación.

Durante esta sesión los alumnos habrán trabajado la competencia lingüística, matemática y para aprender a aprender.

- Sesión 4: Juego de aplicación de ángulos e introducción a medida de ángulos.

En esta sesión tengo programado que los alumnos jueguen al tablero de ángulos como aplicación del concepto de ángulo y de las propiedades de ángulos complementarios,

suplementarios, rectos y opuestos por el vértice. Para ellos propongo que los alumnos se agrupen por parejas y jueguen entre ellos formando grupos de cuatro alumnos. Debido al número de alumnos que normalmente asisten a clase (13), habrá un grupo donde uno de los alumnos tendrá que jugar solo contra una pareja. Este juego que he extraído del libro Geometría de Ana García Azcárate, consiste en trabajar sobre una plantilla donde se presentan varias rectas que forman diversos ángulos en el mismo plano y los alumnos deben calcularlos utilizando los conceptos de ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice (Anexo 6).

Esta actividad la evaluarán los propios compañeros de otros grupos, que, tras un determinado tiempo, se intercambiarán los tableros y tendrán que en un primer momento corregir y revisar lo que han realizado los compañeros, y a continuación deberán completar con un rotulador o boli de diferente color los ángulos que queden por definir.

A continuación, y teniendo en cuenta que acabamos de trabajar con el concepto de ángulo, pretendo introducir a los alumnos las operaciones con medidas de ángulos, que hasta el momento no hemos tratado. Para ello utilizaré el libro de texto donde en primer lugar, trabajaremos el grado sexagesimal, las unidades de minutos y segundos y después introduciré la forma compleja e incompleja de medida de ángulos. Es importante que los alumnos sean conscientes de las diferentes conversiones entre las unidades. Trabajaremos varios ejercicios del libro de texto de aplicación a de estas transformaciones y los alumnos deberán trabajar en sus casas para la siguiente sesión varios ejercicios también del libro de texto.

La evaluación de esta sesión se realizará mediante la coevaluación por parte de los alumnos y mediante observación y con la ayuda de la ficha de evaluación por mi parte, teniendo también en cuenta la evaluación de los tableros de ángulos entregados por los alumnos al final de la clase. Durante esta sesión los alumnos habrán trabajado la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender, sociales y cívicas y de iniciativa y espíritu emprendedor.

- Sesión 5: Operaciones con ángulos: suma, resta, multiplicación y cociente.

En esta sesión corregiremos los ejercicios de pasar de forma compleja a incompleja y viceversa, que se han mandado para casa y a continuación explicaré las operaciones de suma y resta de medidas de ángulos y multiplicación y cociente de medidas de ángulo por un número. Para la corrección de los ejercicios, intentaré que sean los alumnos los que salgan a la pizarra a realizarlos y que expliquen los pasos dados a sus compañeros.

Los alumnos trabajarán los ejercicios que les he preparado en una ficha (Anexo 7) de aplicación de las operaciones de suma, resta, multiplicación y cociente de medidas de ángulos.

La evaluación seguirá siendo mediante observación y con la ayuda de la ficha de evaluación. Durante esta sesión los alumnos habrán trabajado la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender y sociales y cívicas.

- Sesión 6: Teorema de Pitágoras: introducción.

Una vez tratado el tema de operaciones con medidas de ángulos, tengo programado explicar el teorema de Pitágoras a los alumnos. Para ello propongo explicar la definición que viene en el libro de texto examinando cada uno de los términos que se incluyen en el: cuadrados de la hipotenusa y cuadrados de los catetos. He preparado un triángulo de cartulina junto con unas piezas de lego que utilizaré para mostrar a los alumnos la igualdad de la suma de los cuadrados de los catetos con el cuadrado de la hipotenusa.

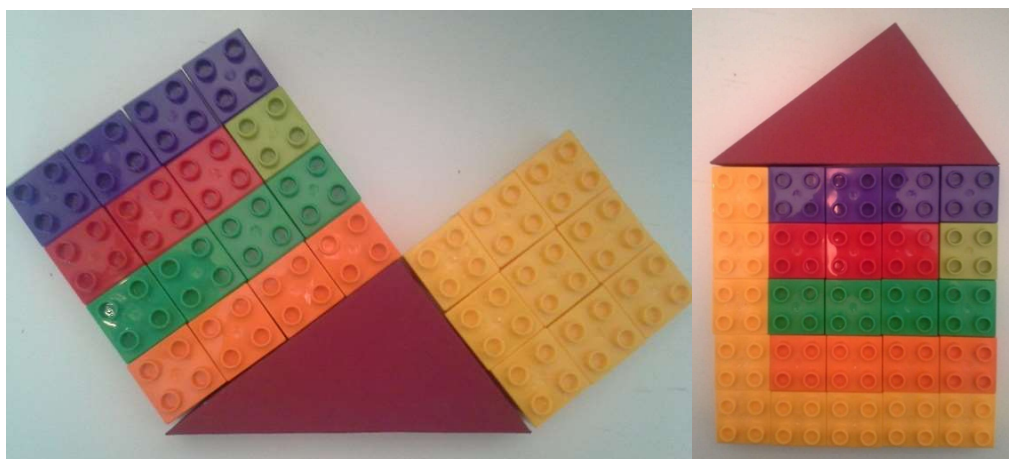


Figura 3: Material utilizado en clase para demostración del teorema de Pitágoras.

Tengo programado además mostrar a los alumnos un vídeo donde se demuestra de manera dinámica la relación entre los cuadrados de la hipotenusa y de los catetos (Ixordiga, 2012).

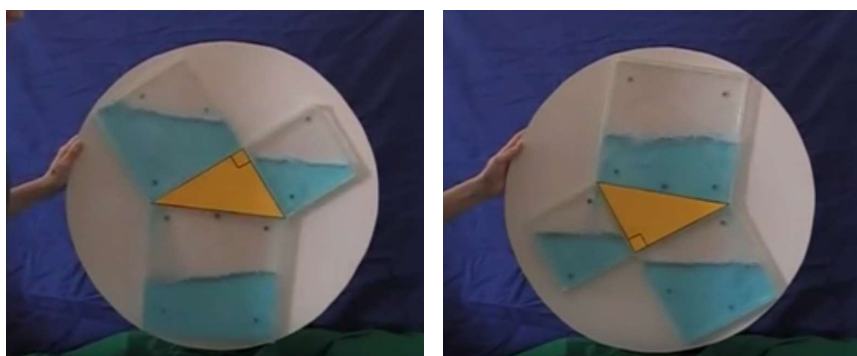


Figura 4: Imágenes de vídeo utilizado en clase.

Uno de los aspectos que planeo tratar en esta sesión es la resolución de ecuaciones con el uso de las raíces cuadradas que son necesarias para poder solucionar problemas de aplicación del teorema de Pitágoras que llevaremos a cabo del libro de texto.

En esta sesión la evaluación se realizará mediante observación y con la ayuda de la ficha de evaluación en la que los alumnos habrán trabajado la competencia lingüística, matemática y para aprender a aprender.

- Sesión 7: Teorema de Pitágoras: juego y ejercicios de aplicación.

En esta sesión tengo programado repasar lo explicado en la sesión anterior sobre el teorema de Pitágoras y que los alumnos realicen ejercicios de aplicación en la pizarra. Con este procedimiento pretendo ayudar a los alumnos a que construyan su propio concepto de la aplicación del teorema al exponerlos a variedad de situaciones de resolución de problemas. Al mismo tiempo, cuando trabajan en la pizarra y explican a sus compañeros el procedimiento y justificación de los pasos que toman en la resolución del problema, están al mismo tiempo reforzando o ajustando lo aprendido anteriormente.

He preparado una ficha de ejercicios de aplicación y un juego (Anexo 8) para que los alumnos trabajen en la clase y de esta manera pueda observar su progreso con el teorema de Pitágoras. La ficha incluye ejercicios donde los alumnos deben comprobar si se cumple el teorema de Pitágoras en los triángulos dados y después aplicar el teorema de Pitágoras para hallar la medida de varios triángulos. Estos últimos ejercicios varían en complejidad y contextualización, siendo los últimos de aplicación a situaciones de la vida real.

Por otro lado, propongo que los alumnos intenten resolver el acertijo del Extraterrestre que he obtenido del blog de Ana García Azcárate, en el que deben explicar la equivalencia de áreas de los cuadrados de los triángulos indicados.

En esta sesión la evaluación se realizará mediante observación de mis explicaciones de repaso, del trabajo de los alumnos mientras corregimos los ejercicios y a lo largo del proceso en el que los alumnos trabajan la ficha de ejercicios y acertijo que les he preparado. Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender, sociales y cívicas y de iniciativa y espíritu emprendedor.

- Sesión 8: Teorema de Pitágoras: ejercicios de aplicación.

Para esta sesión considero necesario continuar con los ejercicios de aplicación del teorema de Pitágoras y el juego para que los alumnos puedan dedicarle tiempo en clase.

Tengo previsto que los alumnos corrijan los ejercicios en la pizarra para seguir evaluándolos y poder detectar y aclarar las posibles dificultades que surjan durante este tiempo.

En esta sesión la evaluación se realizará mediante observación de mis explicaciones de repaso, del trabajo de los alumnos mientras corregimos los ejercicios y a lo largo del proceso en el que los alumnos trabajan la ficha de ejercicios y acertijo que les he preparado. Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender, sociales y cívicas y de iniciativa y espíritu emprendedor.

- Sesión 9: Posiciones relativas en el plano.

Una vez trabajado el teorema de Pitágoras, volvemos a tratar los conceptos de punto, recta y plano, pero centrándonos en posiciones relativas del punto y la recta y de rectas en un plano. Para ello tengo planeado utilizar las reglas plegables para representar las posiciones relativas de dos rectas, teniendo en cuenta que debemos asumir que las rectas se contienen en un mismo plano. Utilizaré además la pizarra digital para complementar mis explicaciones de estos conceptos.

Para trabajar la aplicación de estos conceptos he preparado una ficha de ejercicios (Anexo 9) que deben realizar los alumnos en esta sesión y que corregiremos en la clase. En esta sesión la evaluación se realizará mediante observación de mis explicaciones y del trabajo de los alumnos mientras completan la ficha de ejercicios y los corregimos en la pizarra. Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender y sociales y cívicas.

- Sesión 10: Posiciones relativas en el espacio y proyecciones ortogonales.

Pasamos de elementos posicionados en un plano a elementos en el espacio y con esto tratamos no solo las diferentes posiciones relativas entre dos planos y un plano y una recta sino que progresamos hacia proyecciones ortogonales en planos perpendiculares. He preparado una presentación en power point (Anexo 10) que utilizaré para guiar a los alumnos desde las posiciones relativas entre dos planos hasta las proyecciones ortogonales. Creo que es muy importante en este aspecto del tema el uso de recursos visuales que apoyen las explicaciones.

Dos posiciones fundamentales a incidir con los alumnos es la de planos secantes que al mismo tiempo sean perpendiculares ya que las proyecciones ortogonales de objetos en el espacio se llevarán a cabo sobre este tipo de planos. Para apoyar mis

explicaciones de proyecciones ortogonales de un punto y un segmento sobre un plano, tengo planteado utilizar un juego de magia donde los alumnos podrán observar de primera mano una proyección ortogonal tal y como se observa de las siguientes figuras.



Figura 5: Proyección ortogonal de una cerilla sobre una carta.

En esta actividad, los alumnos deben colaborar para poder proyectar luz con una linterna perpendicular a la cerilla que se sitúa en un plano pero que después se desplaza hacia el espacio y se puede observar su proyección sobre la carta. Debido a la naturaleza del truco, la carta que inicialmente es un plano, se curva para poder realizar la proyección.

Otra herramienta que tengo preparada para esta explicación de proyección ortogonal es un ejemplo de Geogebra para poder mostrar a los alumnos diferentes casos de proyecciones de una manera dinámica.

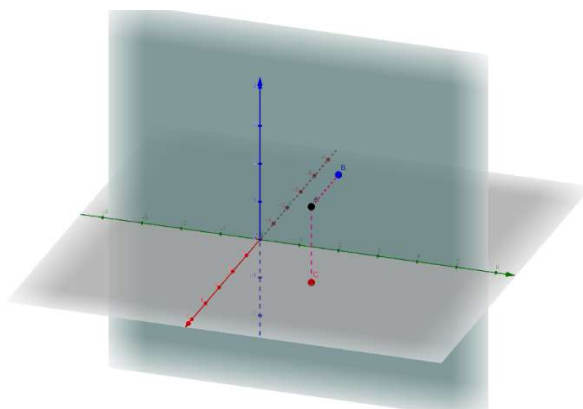


Figura 6: Proyección ortogonal de un punto utilizando Geogebra.

En esta sesión la evaluación se realizará mediante observación de mis explicaciones, de la participación y colaboración en la actividad de la proyección ortogonal sobre la carta y del ejemplo de geogebra. Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender y sociales y cívicas.

▪ Sesión 11: Representación de objetos en el plano.

Una vez que los alumnos han tratado las proyecciones ortogonales de puntos y segmentos, explico las representaciones de objetos en el plano (ortogonal) con un objetivo claro de subrayar la importancia de las tres vistas principales: planta, perfil y alzado. He diseñado tres actividades (Anexo 11) a realizar en clase en las que los alumnos deben representar/proyectar por parejas las 6 caras de una casa. Otra de las actividades consiste en proyectar la planta el perfil y el alzado de una serie de figuras geométricas. La última de las actividades consiste en asociar unas vistas dadas con figuras de objetos que también se incluyen en el ejercicio. Estas dos actividades se realizarán de forma individual y a ser posible en mesas separadas para que los alumnos no se puedan copiar ya que estas actividades servirán para la evaluación y calificación de esta parte de mi propuesta de intervención.

La evaluación de esta sesión se llevará a cabo mediante la observación durante mis explicaciones y preguntas a los alumnos y al mismo tiempo mientras los alumnos realizan las diferentes actividades que he programado. Al acabar la clase los alumnos me entregarán sus actividades para que pueda corregirlas y poder calificar los ejercicios que contarán un 20% de la nota final. Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática, para aprender a aprender y sociales y cívicas.

▪ Sesión 12: Prueba final/examen.

En esta última sesión he programado el examen escrito que cubrirá los aspectos relacionados con el concepto de ángulo, medidas y operaciones de ángulos y resolución de problemas aplicando el teorema de Pitágoras (anexo 12). Este examen lo he diseñado desde una perspectiva dinámica y con ejemplos de situaciones de la vida cotidiana para ayudar a los alumnos a completarlo. Este examen contará como el 70% de la nota final a lo que habrá que sumar la nota correspondiente al 20% de las actividades de proyecciones y el 10% de la nota por comportamiento, trabajo en clase y participación que obtengo de las observaciones en las clases.

Los alumnos habrán trabajado en esta sesión la competencia lingüística, matemática y para aprender a aprender.

A continuación, incluyo una tabla resumen de la secuenciación en términos de contenidos de las sesiones programadas para mi propuesta de intervención.

Tabla 1: resumen de sesiones de mi propuesta de intervención.

Propuesta de intervención	
Sesión	Contenido
1	Presentación. Ideas previas e introducción a la geometría.
2	Ángulos definición: región y giro. Introducir punto, recta, plano.
3	Tipos de ángulos: definición y explicación. Contextualización de los tipos. Ejercicio de aplicación.
4	Juego de tipo de ángulos y e introducción a la medida de ángulos
5	Operaciones con ángulos: suma resta, multiplicación y cociente. Ejercicios.
6	Teorema de Pitágoras: introducción
7	Teorema de Pitágoras: juego y ejercicios de aplicación.
8	Teorema de Pitágoras: Ejercicios de aplicación.
9	Posiciones relativas en el plano.
10	Posiciones relativas en el espacio y proyecciones ortogonales.
11	Representación de objetos en el plano.
12	Prueba final/examen

4.6 Evaluación.

A la hora de definir la evaluación en mi propuesta de intervención he intentado dar respuesta a las preguntas ¿para qué evaluamos?, ¿qué queremos evaluar?, ¿quién debe evaluar?, ¿cuándo debemos evaluar? y finalmente ¿cómo lo podemos hacer? tal y como sugieren Azcárate y Cardeñoso (2012).

El objetivo de la evaluación en mi propuesta de intervención es dual. Por un lado, necesito realizar una evaluación continuada del proceso de aprendizaje de los alumnos mediante la observación durante las sesiones y en especial durante las actividades que se realicen en clase. Estas observaciones me permitirán detectar las dificultades de los alumnos y adaptar mis futuras sesiones a cubrir las necesidades de los alumnos y

ayudarlos en el proceso de aprendizaje. Por otro lado, debo asignar una calificación a cada uno de los alumnos por lo que un proceso continuado de evaluación, aunque incluya una prueba escrita, me proveerá de la información suficiente para asignar una nota.

Los aspectos a ser evaluados incluyen las competencias que vamos a trabajar durante mi propuesta de intervención entre las que se encuentran la lingüística, matemática, para aprender a aprender, cívicas y sociales e iniciativa y espíritu emprendedor. Todas las competencias serán evaluadas mediante la observación directa en las sesiones y utilizando la ficha de evaluación (Anexo 3). Por otro lado, la competencia matemática se evaluará además siguiendo los criterios de evaluación definidos en la LOMCE (BOE, 2015) entre los que se incluyen:

- ✓ Utilizar estrategias y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de ángulos de figuras planas utilizando el lenguaje matemático para expresar el procedimiento seguido en la resolución.
- ✓ Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados contruidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos.

Otros criterios que he definido para evaluar los aspectos relacionados con las actividades de representaciones de cuerpos en el espacio se incluyen en las fichas en el Anexo 13.

Dentro de mi propuesta de intervención contemplo que los alumnos lleven a cabo la evaluación del trabajo realizado en clase en uno de los juegos propuestos. De esta manera podrán experimentar el proceso de corregir o añadir a lo que su compañero ha realizado y favorecer la reflexión sobre su propio proceso de aprendizaje, sus aciertos y sus errores, y aumentar así las posibilidades de ajuste del proceso de enseñanza-aprendizaje (Carrizosa y Gallardo, 2012). Por otro lado, pretendo que cuando los alumnos salgan a resolver ejercicios o dudas en la pizarra se fomente la participación por parte de todos los compañeros y la interacción entre ellos. Al final de mi periodo de intervención entregaré a los alumnos un folio en blanco para que me escriban comentarios en relación a mi actuación, posibles mejoras y aspecto que podría haber mejorado su proceso de aprendizaje. El proceso de evaluación lo completaré mediante observación directa y diaria de cada uno de los alumnos, fichas de evaluación y una prueba escrita final.

La evaluación pretendo llevarla a cabo de manera continuada, desde el primer hasta el último día de clase, teniendo en cuenta los diferentes aspectos y criterios de evaluación

que he definido. Para ello me apoyaré en las observaciones diarias que plasmaré en mi ficha de evaluación y los complementaré con los resultados de las actividades y juegos realizadas en clase que me entreguen los alumnos, así como del resultado de la prueba final.

Un aspecto importante a tener en cuenta en la evaluación es el marco impuesto por el departamento de matemáticas del centro que contempla que la calificación se lleve a cabo mediante un examen final al que se le asigna el 70% de la nota y el 30% restante se asigna a tareas en clase, comportamiento y participación.

En mi propuesta de intervención he optado por asignar un 10% de la calificación a participación, trabajo y comportamiento durante las sesiones. He utilizado los siguientes niveles para realizar mi evaluación:

1. Dificulta /No atiende / interrumpe.
2. Trabaja poco /sin interés /insistiendo.
3. Trabaja de manera autónoma/ Lo intenta.
4. Trabaja de manera autónoma / pregunta / participa.
5. Trabaja de manera autónoma/pregunta/ participa / ayuda a sus compañeros.

Un 20% de la calificación se la he asignado a las actividades relacionadas con las representaciones de objetos en el plano ya que considero que es muy difícil evaluar este aspecto en un examen. Para ello he utilizado unas fichas de evaluación (Anexo 3) donde he definido los criterios para cada una de ellas. El 70% restante de la calificación es el examen final.

4.7 Adaptaciones curriculares.

El grupo clase de 2º de E.S.O presenta una heterogeneidad considerable en cuanto a comportamiento y rendimiento escolar se refiere según lo que he observado y contrastado durante mi primera fase de prácticas en el centro. Sin embargo, cabe destacar que ningún alumno requiere de una adaptación curricular en la asignatura de matemáticas, por lo que en mi intervención me centraré en tratar a los alumnos de forma personalizada y con el objetivo de mejorar su proceso de aprendizaje.

Con el objetivo de atender a la diversidad que existe entre los alumnos debemos evitar la imagen de un alumno standard, impulsar un currículo y su enseñanza de calidad y construir puentes entre el estudiante y el aprendizaje para impulsar una diferenciación eficaz en las aulas y mejorar el proceso de aprendizaje de los alumnos (Tomlinson, 2005). Los alumnos aprenden de manera y a ritmos diferentes por lo que mi propuesta

de intervención aboga por un trato individualizado por mi parte para poder abordar las necesidades de los alumnos.

De mis observaciones iniciales he identificado a un alumno con desventaja social que tienen un alto porcentaje de absentismo y mal comportamiento en clase, así como una alumna que es repetidora de 2 de E.S.O. Uno de mis objetivos de mi propuesta de intervención es intentar atraer el interés de estos y otros alumnos con dificultades, mediante un temario variado, práctico y dinámico donde el alumno desempeñe un papel principal en el desarrollo de la clase. Los juegos y actividades de clase que he programado, así como los diferentes materiales y herramientas que he diseñado para mis explicaciones (presentaciones, vídeos, regla plegable, piezas de lego, truco de magia) tienen como objetivo abordar la temática desde una perspectiva y metodología variada con el objetivo de ayudar al mayor número de alumnos en el proceso de aprendizaje. Además, la variedad en la propuesta de evaluación para mi intervención, dentro de lo que viene impuesto por el centro, pretende dar respuesta a la diversidad de los alumnos en la clase.

Considero que un trato cercano y personal con los alumnos es fundamental para fomentar un clima de trabajo que facilite el aprendizaje de los alumnos. Es por ello que una de mis propuestas es que los alumnos salgan a la pizarra para resolver actividades y ejercicios y que mediante este proceso se genere una dinámica de trabajo que permita a todos los alumnos a resolver sus dudas y construir su aprendizaje. Por otro lado, las actividades planteadas en la clase me permitirán llevar a cabo una observación directa e instantánea del progreso de los alumnos y por lo tanto podré atender a las necesidades de cada uno de los alumnos durante estas sesiones.

El trabajo en parejas durante las actividades promoverá además que los alumnos interactúen entre ellos y se ayuden en el proceso de aprendizaje ya que intentaré que se creen parejas de perfiles diferentes.

5 Referencias.

- Azcárate, G. P. (2008). Metodología de la enseñanza de las matemáticas. Unidad 1: Análisis curricular del área de las matemáticas. (pp.1-3). Optativa de la L. Matemáticas. Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P. (2006). Propuestas alternativas de evaluación en el aula de matemáticas. En, J.M. Chamoso y J. Durán (Eds.). Enfoques actuales en la didáctica de la Matemática. Madrid: MEC.
- Azcárate, P., y Cardeñoso, J. (2012). Evaluación de la competencia matemática. *Investigación en la escuela*, 78, 31-42.
- BOE (2015). Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (BOE, núm. 3, 3 de enero de 2015).
- BOJA (2016), Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado (BOJA, núm.. 144, 28 de julio de 2016).
- Carrizosa, E. y Gallardo, J. (2012). *Autoevaluación, coevaluación y evaluación de los aprendizajes*. III Jornadas sobre docencia del Derecho y Tecnologías de la Información y la Comunicación. Barcelona: Universitat Oberta de Catalunya.
- Casas, L. M., y Luengo, R. (2005). Conceptos nucleares en la construcción del concepto de ángulo. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(2), 201-216.
- Cerón, D. C., Mesa, Y. C., Rojas, C., y Medina, A. C. (2011). La naturaleza de las matemáticas en el estudio de las concepciones del profesor. Memorias 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (ASOCOLME). Armenia. Colombia.
- García, S. y López, O. L. (2008). La enseñanza de la Geometría. Materiales para apoyar la práctica educativa. México D.F, México: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Ixordiga (2012), Demostración del Teorema de Pitágoras, [Youtube video] Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=1er3cHAWwIM>.
- Leiva, C. (2005). Conductismo, cognitivismo y aprendizaje. *Tecnología en Marcha*, 18(1), 66-73.
- Marmolejo G. y Vega M., “La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje”, *Educación Matemática*, 24 (2012), no. 3, 9–34.

- Meirieu, P. (2006). Entre el amor a los alumnos y el amor al saber, no tenemos porqué elegir (Vol 9). En P. Meirieu, *Carta a un joven profesor: por qué enseñar hoy*, 21-29. Barcelona: Graó.
- Mitchelmore, M. C., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalisation. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209-238.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The danish KOM project. In A. Gagtsis & A. Papastavridis (eds): *3rd Mediterranean Conference on mathematical education, 3~5 January 2003, Athens, Greece*. (pp. 115–124). Athens: The Hellenic mathematical society.
- Socas, M. y Camacho, M. (2003) Conocimiento Matemático y Enseñanza de las Matemáticas en la Educación Secundaria. *Algunas Reflexiones. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2. Venezuela.
- Tomlinson, C. A. (2005). El fundamento de la enseñanza diferenciada en aulas con estudiantes con habilidades diversas. En *Estrategias para trabajar con la diversidad en el aula* (pp. 27-40). Buenos Aires: Paidós.
- Valcárcel, N.M. (2004). Los modelos de enseñanza y la práctica en el aula. Enciclopedia virtual de Didáctica y Organización Escolar. Universidad de Murcia.

6 Anexos UD Original

Anexo 1- Presentación de introducción

Tema 8: Elementos básicos de geometría



2º E.S.O.

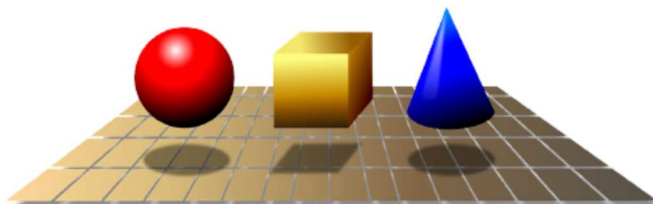
Introducción a la Geometría

- Geometría = Geo + metría

↓ ↓
Tierra + medida

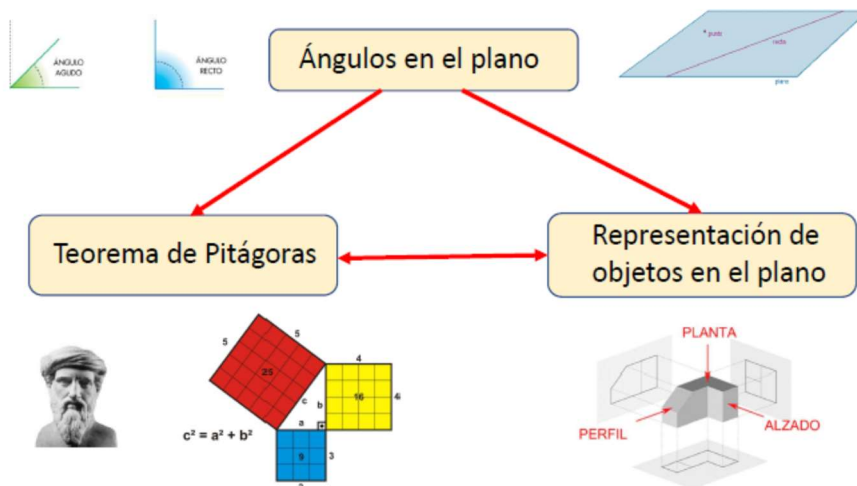


- Geometría: estudio de las propiedades y de las magnitudes de las **figuras** en el **plano** o en el **espacio**.



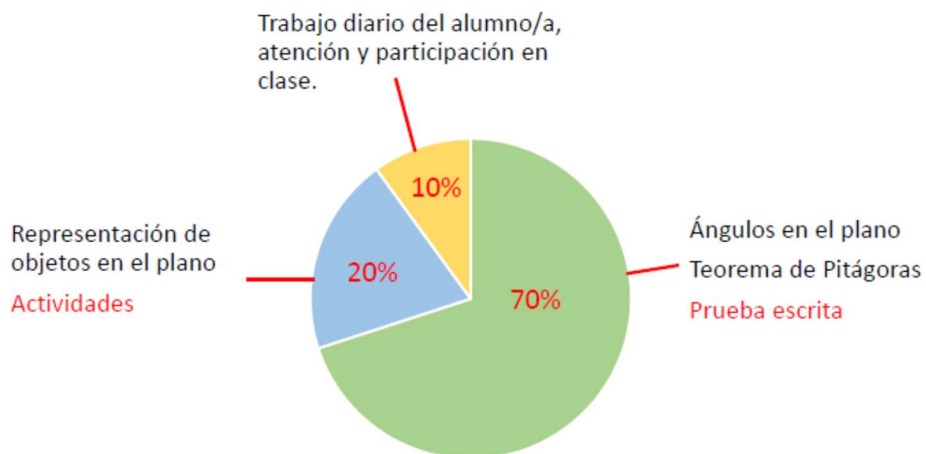
Introducción a la Geometría

- Aspectos a tratar en este tema:



Introducción a la Geometría

- Calificación



Introducción a la Geometría

- Ideas previas

- Cuestionario individual



Anexo 2- Cuestionario de ideas previas

CUESTIONARIO DE IDEAS PREVIAS: ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA

Mi nombre es _____

Antes de meternos en materia me gustaría conoceros un poco mejor. Aquí os dejo unas preguntas cuyas respuestas me ayudarán a entender cómo vamos tratar la geometría.

DATO IMPORTANTE: no cuenta para nota.

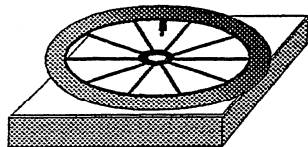
1. ¿Qué es un ángulo?.....

.....

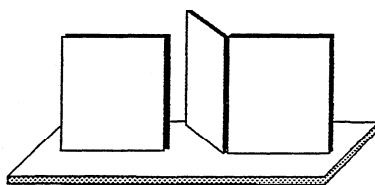
2. ¿Qué es un ángulo recto?.....

.....

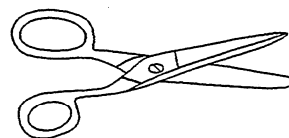
3. Indica en las siguientes figuras los ángulos que observes.



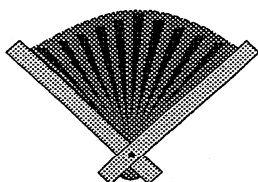
Rueda



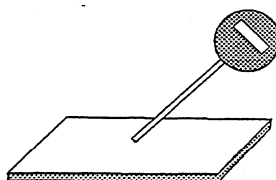
Puerta



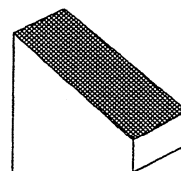
Tijeras



Abanico



Señal

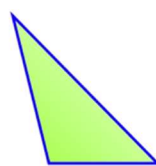
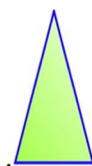
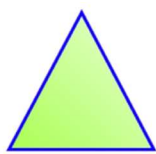


Pendiente

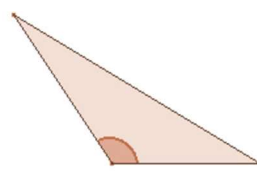
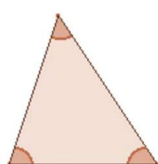
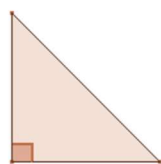
4. ¿Cómo medimos los ángulos? ¿qué unidad/es podemos utilizar?.....

.....

5. Clasifica los triángulos de las siguientes figuras (según la longitud de sus lados y de sus ángulos). Explica porqué.



(longitud de lados)



(según ángulos)

6. ¿Qué es un triángulo rectángulo?.....

.....

7. Indica los elementos de un triángulo rectángulo.....

.....

8. Calcula el área de un cuadrado de 5m de lado y de un triángulo de base 5m y altura 3m.....

.....

9. Resuelve las siguientes expresiones:

$$6^2 = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{16} = \dots\dots\dots$$

$$7^2 = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{25} = \dots\dots\dots$$

$$9^2 = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{100} = \dots\dots\dots$$

10. Resuelve las siguientes ecuaciones: obtén el valor de “x” en cada caso.

$$x^2 = 81 \quad \dots\dots\dots$$

$$x^2 = 3^2 + 4^2 \quad \dots\dots\dots$$

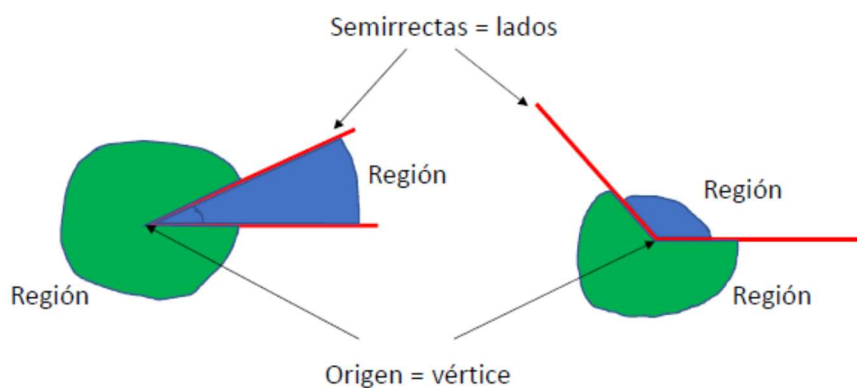
[illegible]

Anexo 4- Presentación concepto de ángulo

Ángulos en el plano

• ¿qué es un ángulo?

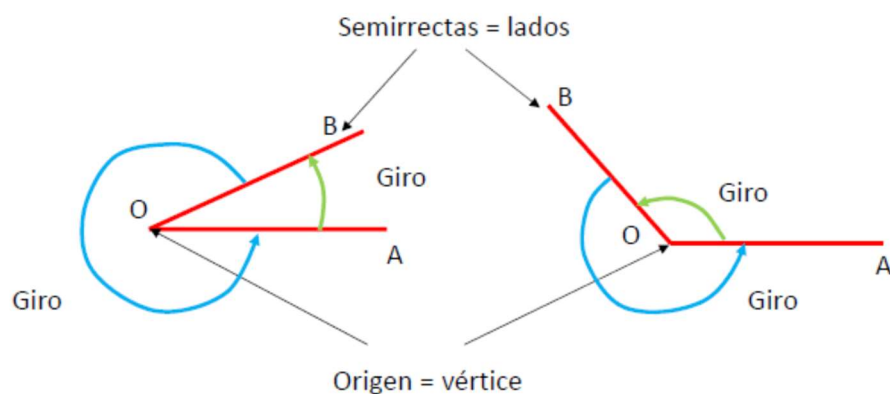
- Un ángulo es la **región del plano** comprendida entre dos **semirrectas** que tienen el mismo **origen**.



Ángulos en el plano

• ¿qué es un ángulo?

- Ángulo como giro.



Anexo 5- Ficha de trabajo: punto, recta y plano

Escoge la opción correcta:

1. Tres puntos determinan...

una y solo una recta.

dos y solo dos rectas.

tres y solo tres rectas.

2. Dos puntos determinan...

una y sólo una recta.

dos y sólo dos rectas.

ninguna recta, porque se necesitan al menos 3 puntos.

3. Un plano...

está determinado por tres puntos no alineados.

sólo se puede determinar por tres puntos.

sólo se puede determinar por dos rectas.

4. Dos rectas se cortan en...

un punto.

una recta.

un plano.

5. Dos planos se cortan en...

un punto.

una recta.

un plano.

6. Para determinar un plano es suficiente con una recta y...

un punto cualquiera.

un punto interior a dicha recta.

un punto exterior a dicha recta.

Escoge la opción que mejor clasifique a los siguientes objetos:

1. Una servilleta.

Punto

Recta

Plano

2. El tallo de una flor.

Punto

Recta

Plano

3. La portada de un libro.

Punto

Recta

Plano

4. Una estrella lejana vista desde la ventana.

Punto

Recta

Plano

5. Un edificio de 5 plantas.

Dimensión 0

Dimensión 1

Dimensión 2

Dimensión 3

6. La pantalla de tu ordenador.

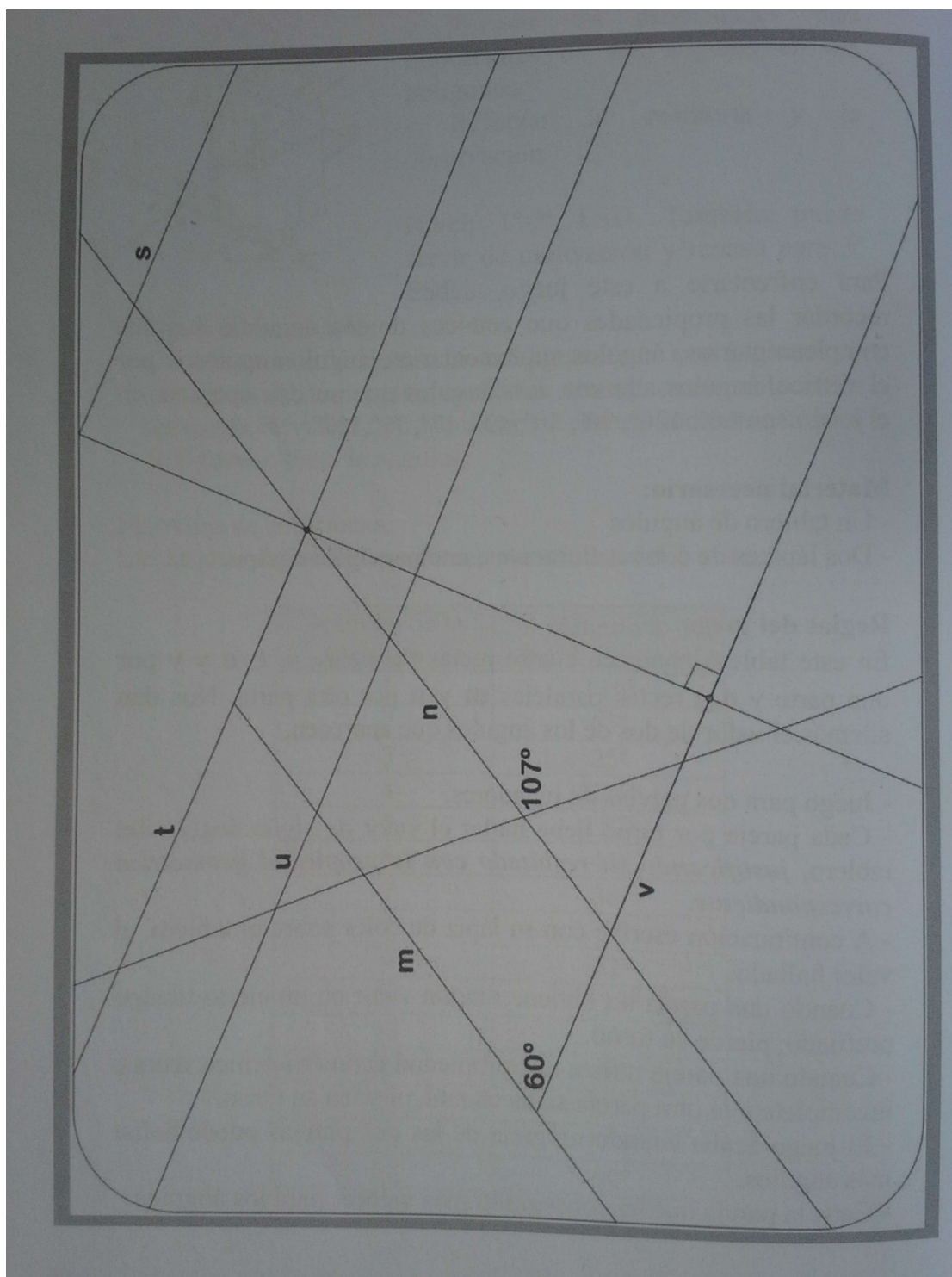
Dimensión 0

Dimensión 1

Dimensión 2

Dimensión 3

Anexo 6- Tablero de ángulos



Anexo 7- Ficha de operaciones de ángulos

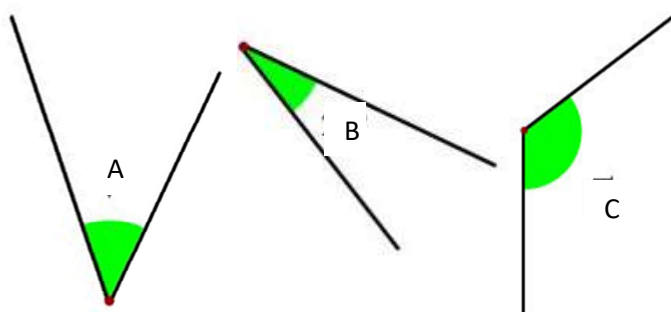
Ejercicios operaciones con ángulos

- 1) Mide la amplitud de los ángulos A, B y C utilizando el transportador, clasifícalos según su amplitud y realiza las siguientes operaciones:

$$A+B+C$$

$$C-B-A$$

Dibuja los ángulos resultantes.

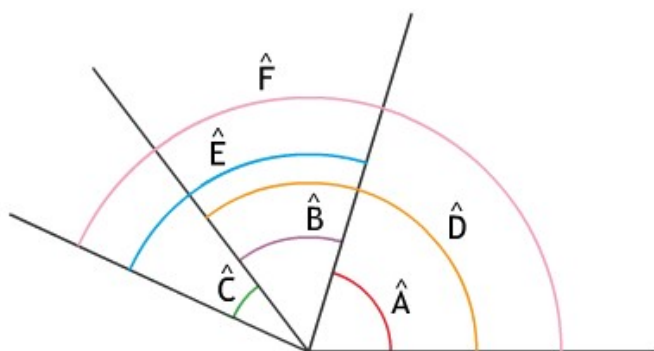


- 2) Calcula la amplitud de los ángulos F, E y A sabiendo que

$$\hat{B} = 52^\circ 40' 15''$$

$$\hat{C} = 29^\circ 38' 46''$$

$$\hat{D} = 127^\circ 12' 3''$$



Indica los ángulos que sean consecutivos.

3) Realiza las siguientes operaciones:

$$25^{\circ} 10' + 55' 4'' =$$

$$41^{\circ} 15' 2'' - 22^{\circ} 30' 16'' =$$

$$40' 38'' + 22^{\circ} 30' 26'' =$$

$$147^{\circ} 18' 47'' - 36^{\circ} 40' 14'' =$$

$$4 \cdot (12^{\circ} 44' 25'') =$$

$$(23^{\circ} 59' 32'') \cdot 3 =$$

$$7 \cdot (10^{\circ} 6' 5'') =$$

$$9 \cdot (35' 9'') =$$

4) Calcula:

El ángulo complementario de $15^{\circ} 32' 18''$

El ángulo suplementario de $18^{\circ} 15' 32''$

La suma de un ángulo llano y un ángulo recto.

La cuarta parte de la suma de dos ángulos adyacentes.

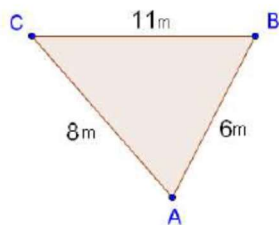
5) Calcula los ángulos que se indican en las siguientes figuras teniendo en cuenta las propiedades de los ángulos opuestos por el vértice y ángulos suplementarios.

Anexo 8- Ficha de ejercicios del teorema de Pitágoras

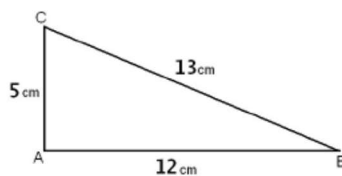
Ejercicio 1. Calcula el cuadrado de los tres lados de estos triángulos y comprueba en cuál de ellos se cumple el teorema de Pitágoras.



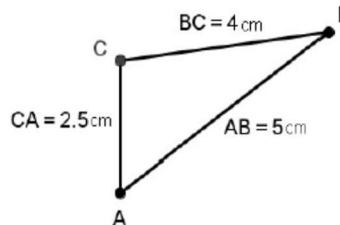
1)



2)



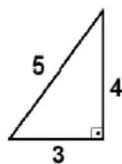
3)



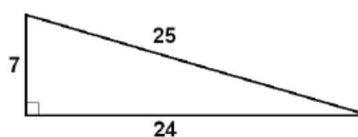
Ejercicio 2. Calcula el cuadrado de los tres lados de estos triángulos rectángulos y comprueba en cada caso que se cumple el Teorema de Pitágoras.



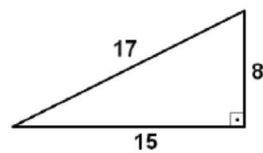
1)



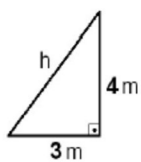
2)



3)

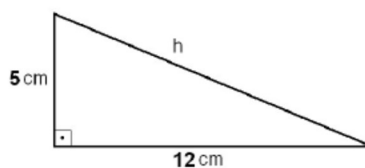


Ejercicio 5. Halla la medida, en metros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 metros.



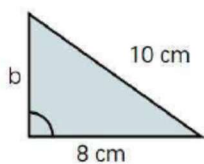
Solución: $h=5\text{m}$

Ejercicio 6. Halla la medida, en centímetros, de la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 5 y 12 centímetros.



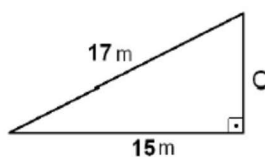
Solución: $h=13\text{cm}$

Ejercicio 7. Halla la medida, en centímetros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 10 cm y el cateto conocido mide 8 cm.



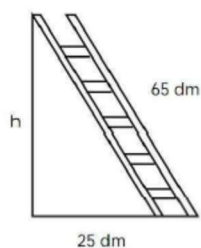
Solución: $b=6\text{cm}$

Ejercicio 8. Halla la medida, en metros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 17 metros y el cateto conocido mide 15 metros.



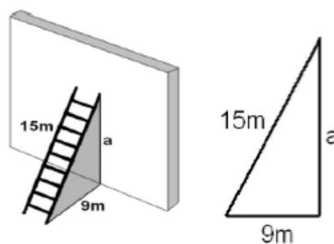
Solución: $c=8\text{m}$

Ejercicio 9. Una escalera de 65 decímetros se apoya en una pared vertical de modo que el pie de la escalera está a 25 decímetros de la pared. ¿Qué altura, en decímetros alcanza la escalera?



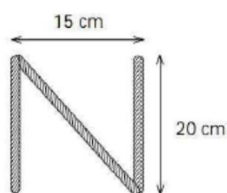
Solución: $h=60\text{dm}$

Ejercicio 10. Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura, en metros, que alcanza la escalera sobre la pared.



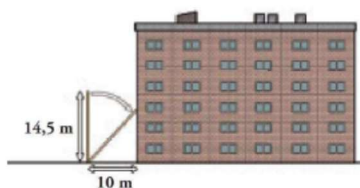
Solución: $a=12\text{m}$

Ejercicio 11. Una letra "N" se ha construido con tres listones de madera; los listones verticales son 20 cm y están separados 15 cm. ¿Cuánto mide el listón diagonal?



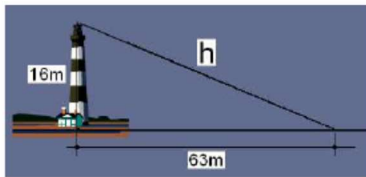
Solución: 25cm

Ejercicio 12. Una escalera de bomberos de 14,5 metros de longitud se apoya en la fachada de un edificio, poniendo el pie de la escalera a 10 metros del edificio. ¿Qué altura, en metros, alcanza la escalera?



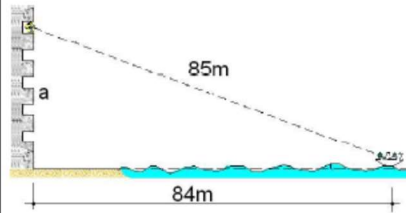
Solución: 10,5m

Ejercicio 25. Un faro de 16 metros de altura manda su luz a una distancia horizontal sobre el mar de 63 metros. ¿Cuál es la longitud, en metros, del haz de luz?



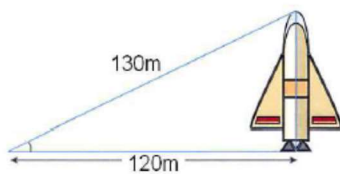
Solución: $h=65\text{m}$

Ejercicio 26. Desde un balcón de un castillo en la playa se ve un barco a 85 metros, cuando realmente se encuentra a 84 metros del castillo. ¿A qué altura se encuentra ese balcón?



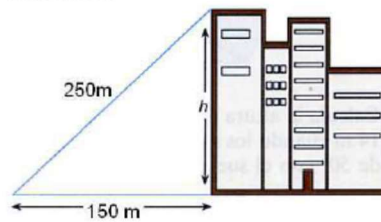
Solución: $a=13\text{m}$

Ejercicio 27. Si nos situamos a 120 metros de distancia de un cohete, la visual al extremo superior del mismo recorre un total de 130 metros. ¿Cuál es la altura total del cohete?

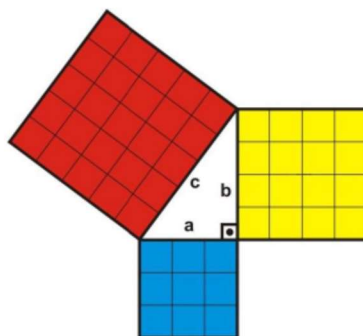


Solución: 50m

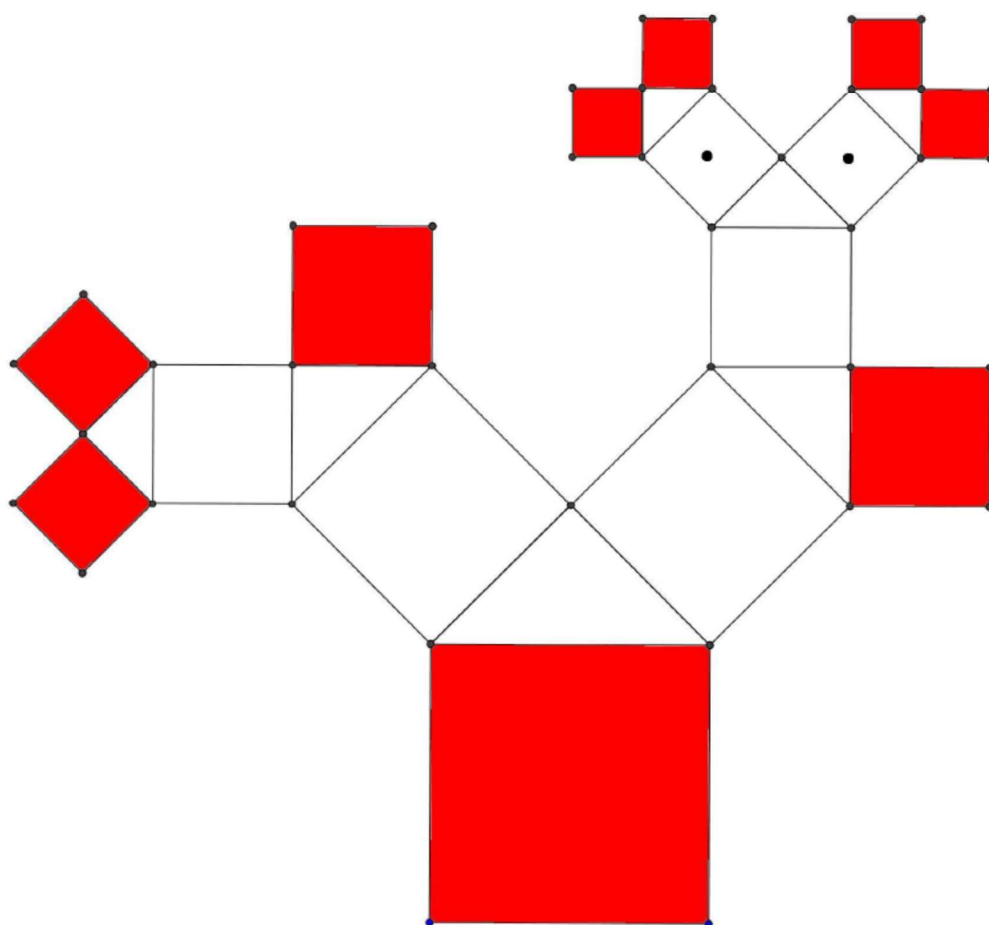
Ejercicio 28. Si nos situamos a 150 metros de distancia de un rascacielos, la visual al extremo superior del mismo recorre un total de 250 metros. ¿Cuál es la altura total del rascacielos?



Solución: $h=200\text{m}$

EL EXTRATERRESTRE**Acertijo:**

Este extraño animal tiene la propiedad que su pie cuadrado rojo tiene la misma superficie que todas sus otras partes rojas. ¿Sabrías explicar por qué?



Anexo 9- Ficha de trabajo posiciones relativas de rectas

Indica la posición relativa de los siguientes objetos.

1. Los dientes de un peine.

Paralelos

Secantes

Coincidentes

2. Las diagonales de un cuadrado y sus lados.

Paralelos

Secantes

Coincidentes

3. Dos lados consecutivos cualesquiera de un cuadrado.

Paralelos

Perpendiculares

Secantes

4. La fachada de una casa y el suelo.

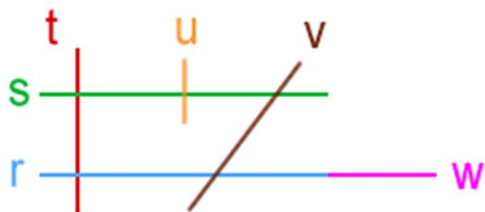
Coincidentes

Secantes

Ninguna de las opciones anteriores es correcta

Indica la posición de los pares de rectas que se dan en cada caso observando la figura:

- Posiciones de las rectas



1. r y s son...
coincidentes.

paralelas.

secantes.

secantes y perpendiculares.

2. r y t son...
coincidentes.

paralelas.

secantes.

secantes y perpendiculares.

3. r y w son...
coincidentes.

paralelas.

secantes.

secantes y perpendiculares.

4. r y v son...
coincidentes.

paralelas.

secantes.

secantes y perpendiculares.

5. s y t son...
coincidentes.
paralelas.
secantes.
secantes y perpendiculares.

6. s y w son...
coincidentes.
paralelas.
secantes.
secantes y perpendiculares.

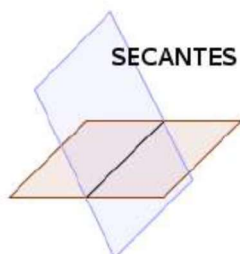
7. t y u son...
coincidentes.
paralelas.
secantes.
secantes y perpendiculares.

8. r y v son...
coincidentes.
paralelas.
secantes.
secantes y perpendiculares.

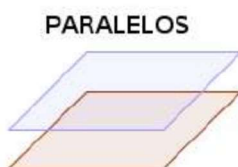
Anexo 10- Presentación de introducción.

Posiciones relativas en el espacio

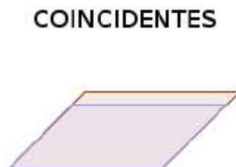
• Posiciones relativas de dos planos



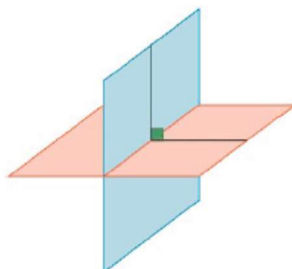
Se cortan en una recta. Puntos de la recta en común.



No tienen ningún punto en común



Superpuestos. Tienen todos sus puntos en común.

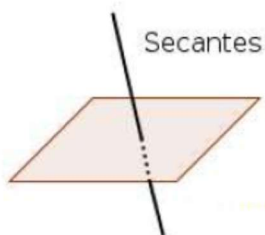


PERPENDICULARES

Dividen el espacio en cuatro regiones iguales

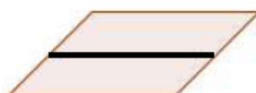
Posiciones relativas en el espacio

• Posiciones relativas de una recta y un plano



Se cortan en un punto en común.

Recta contenida en el plano



Tienen en común los infinitos puntos de la recta

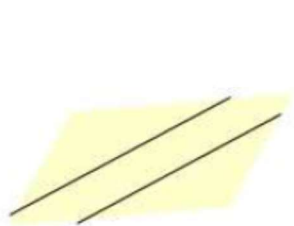
Paralelos



No tienen ningún punto en común

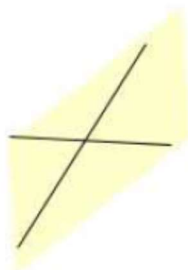
Posiciones relativas en el espacio

- Posiciones relativas de dos rectas.



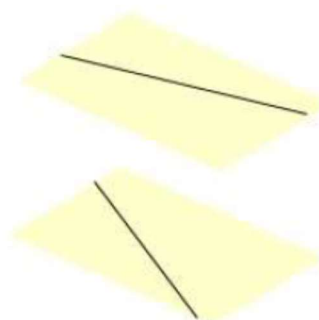
PARALELAS

Contenidas en el mismo plano y no tienen puntos comunes.



SECANTES

En el mismo plano y se cortan en un punto común.



SE CRUZAN

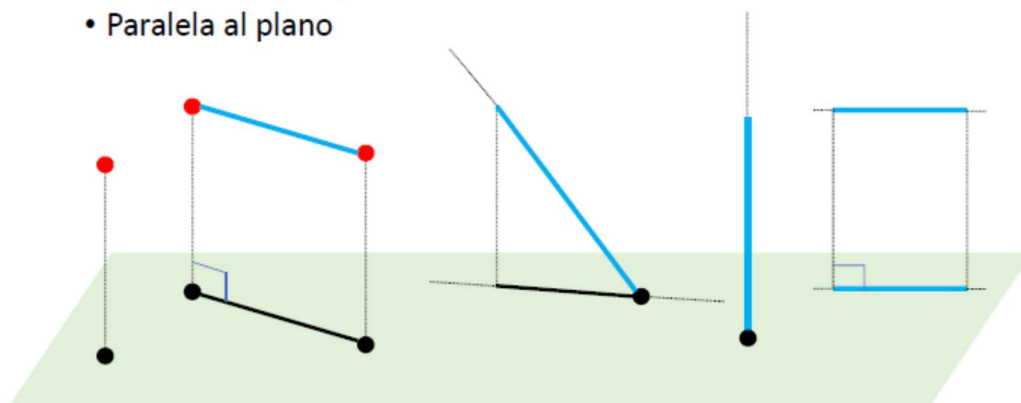
En distintos planos y no tienen puntos comunes.

COINCIDENTES

Superpuestas. Todos sus puntos comunes.

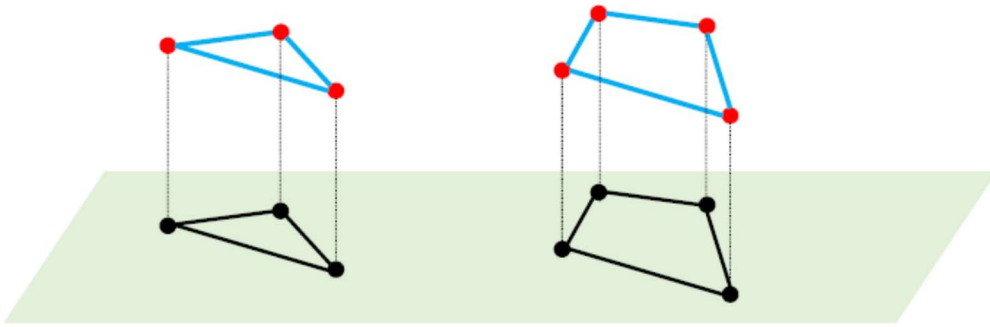
Proyección ortogonal

- Proyección ortogonal de un **punto**, un **segmento** y una **recta**.
- Proyección recta
 - Corta al plano
 - Perpendicular al plano
 - Paralela al plano



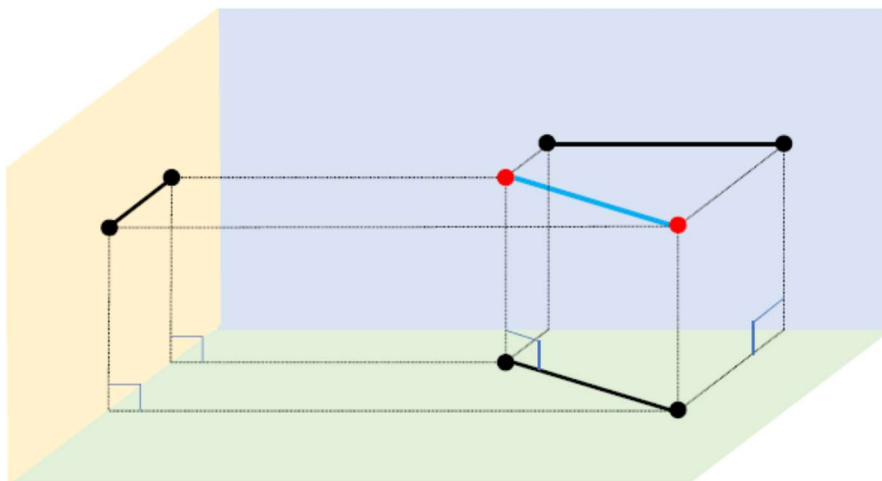
Proyección ortogonal

- Proyección de **segmentos** formando figuras planas en el espacio sobre un plano.



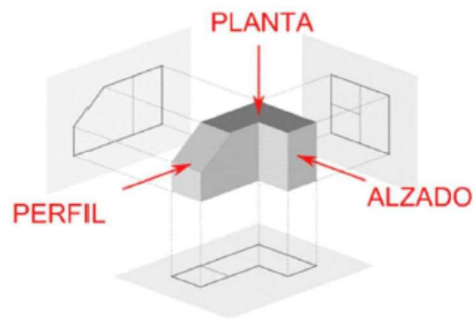
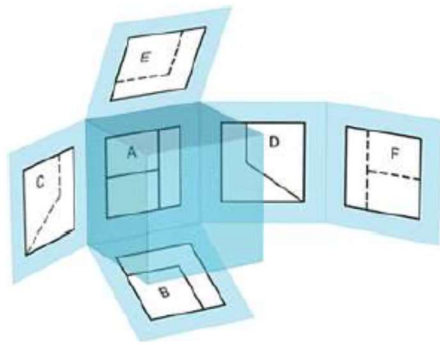
Proyección ortogonal

- Proyección de dos **puntos** y una **recta** en el espacio sobre 3 planos.
- Sistema de referencia: coordenadas.



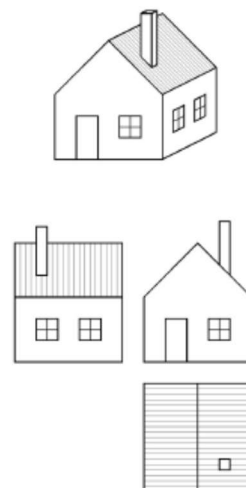
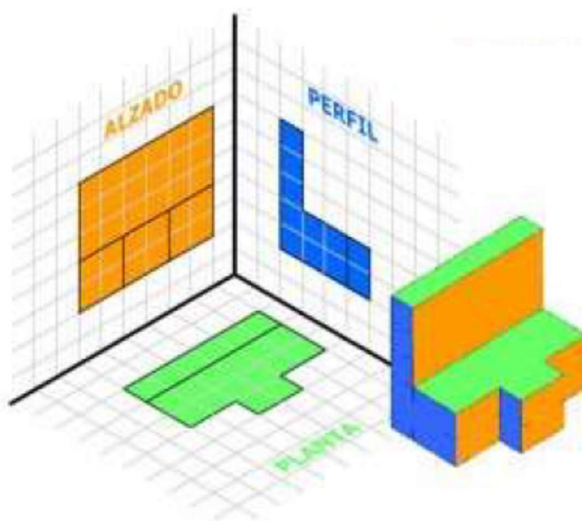
Proyección ortogonal

- ¿cómo representamos en el plano un **cuerpo en el espacio**?
- Vistas: proyecciones del objeto sobre las 6 caras de un cubo.
 - Contorno y aristas visibles.
 - **Alzado principal**, **planta superior** y **perfil izquierdo**.

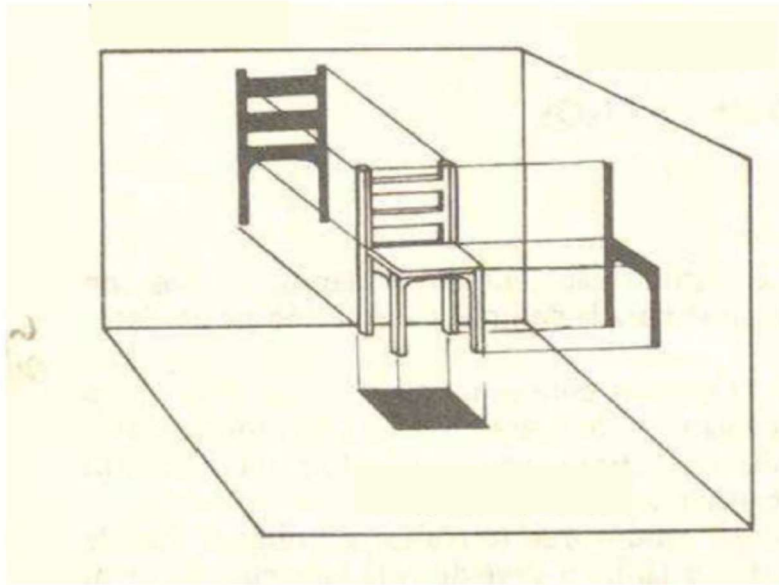


Proyección ortogonal

- ¿por qué y para qué?
- Piezas, edificios, etc.

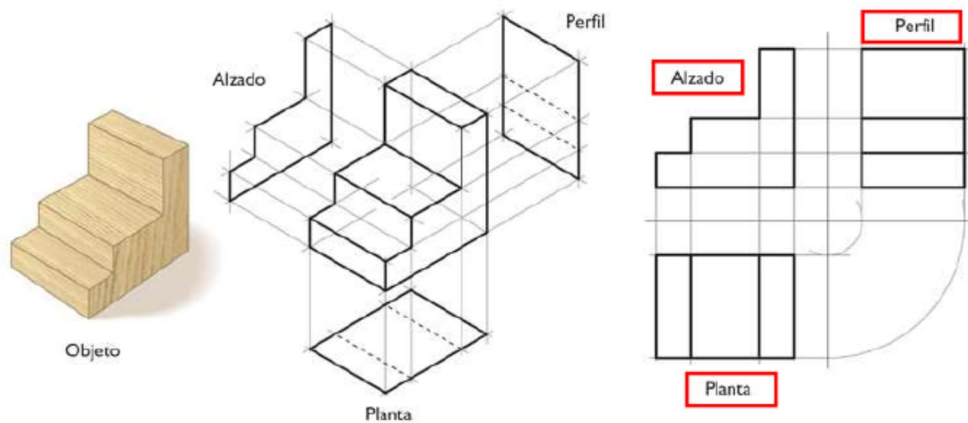


Proyección ortogonal

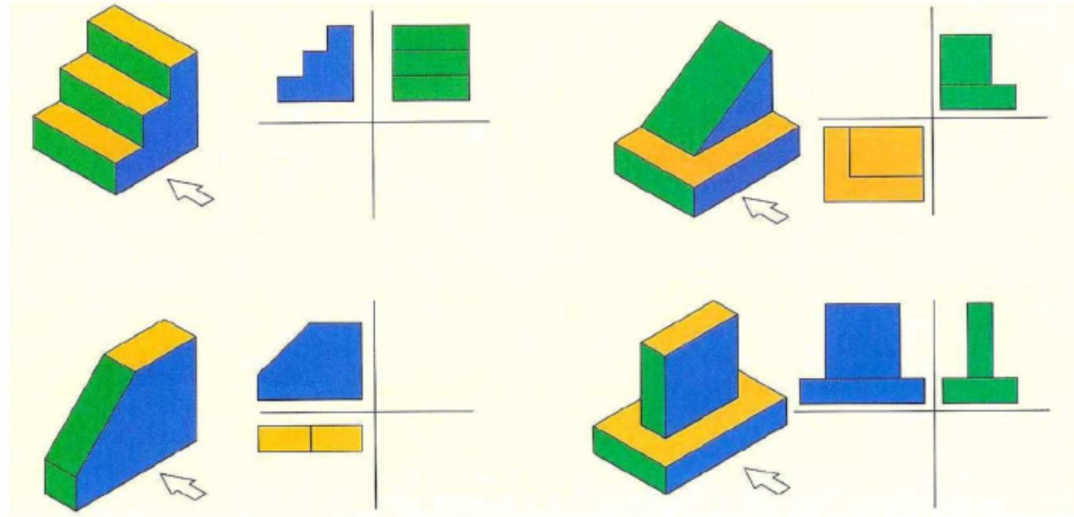


Proyección ortogonal

- Representación de cuerpos en el espacio a el plano

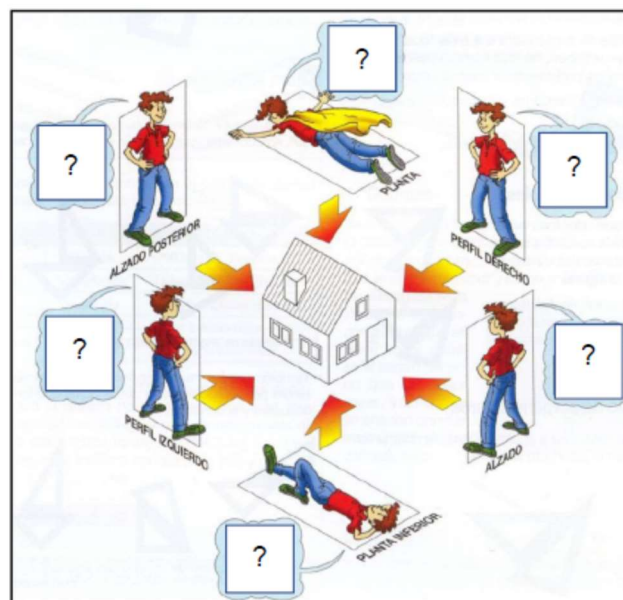


Ejemplo proyección ortogonal



Actividad por parejas

- **Alzado:** vista delantera
- **Alzado posterior:** vista trasera
- **Perfil izquierdo:** vista lateral izquierda
- **Perfil derecho:** vista lateral derecha
- **Planta:** vista desde arriba.
- **Planta inferior:** vista desde abajo

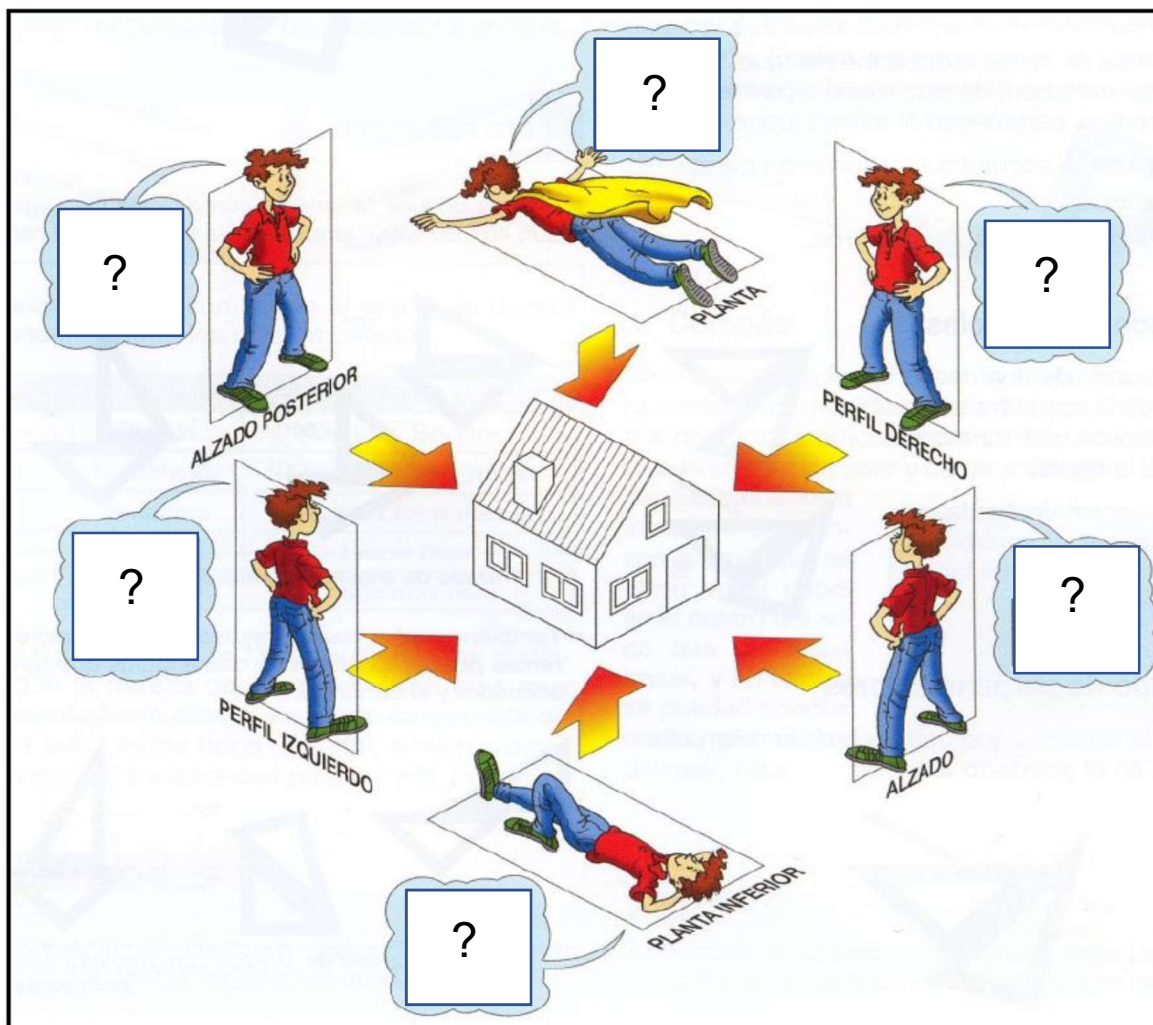


Anexo 11- Actividades de proyecciones

Actividad 1- por parejas

Dibuja las vistas de la siguiente casa:

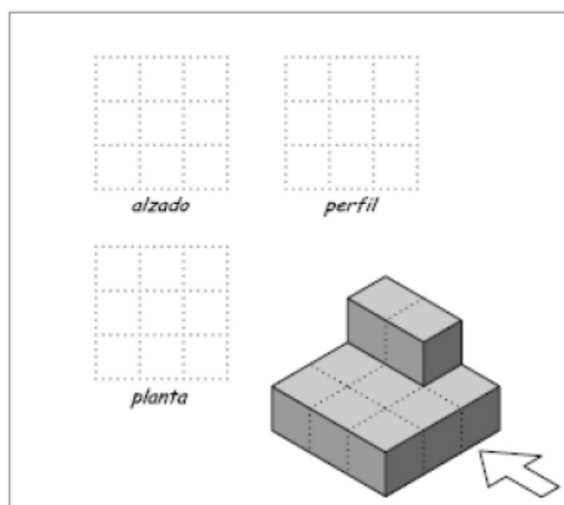
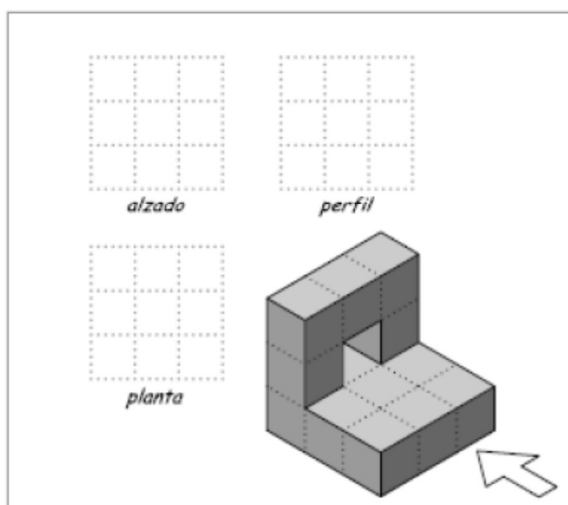
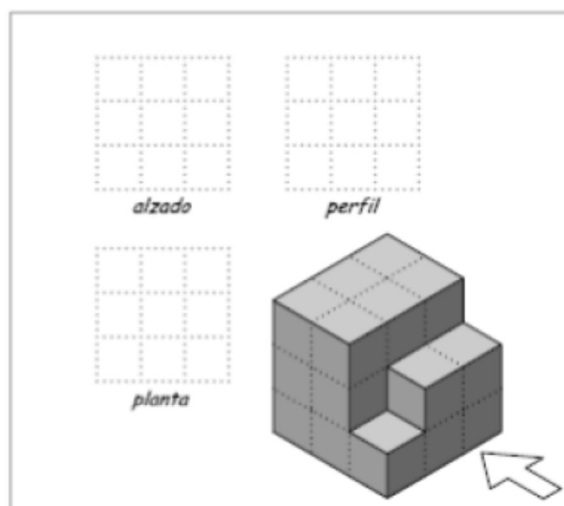
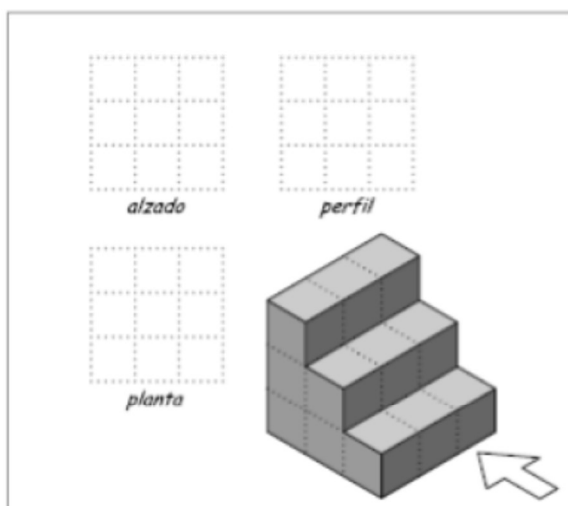
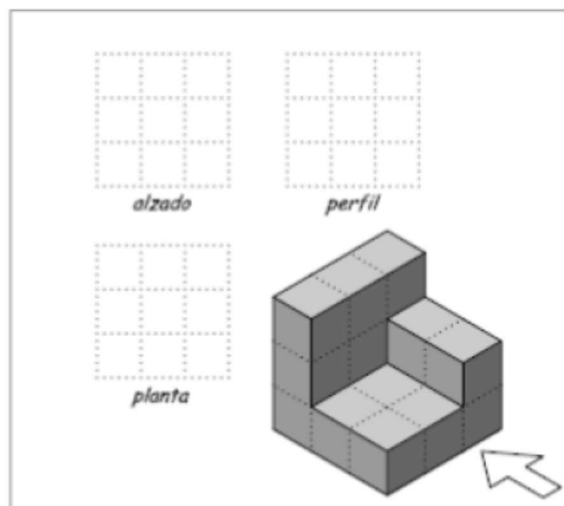
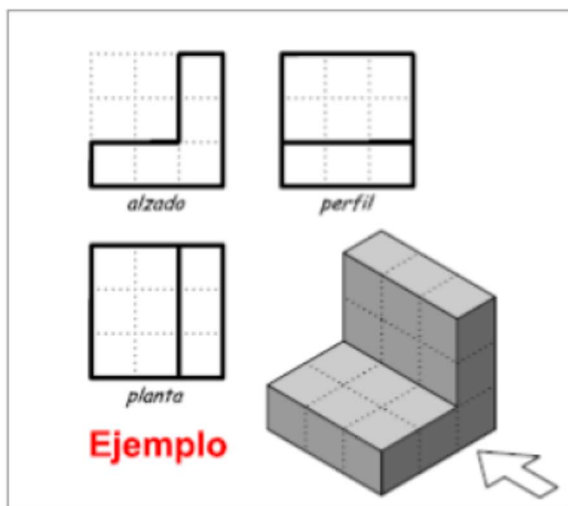
1. **Alzado:** vista delantera
2. **Alzado posterior:** vista trasera
3. **Perfil izquierdo:** vista lateral izquierda
4. **Perfil derecho:** vista lateral derecha
5. **Planta:** vista desde arriba.
6. **Planta inferior:** vista desde abajo



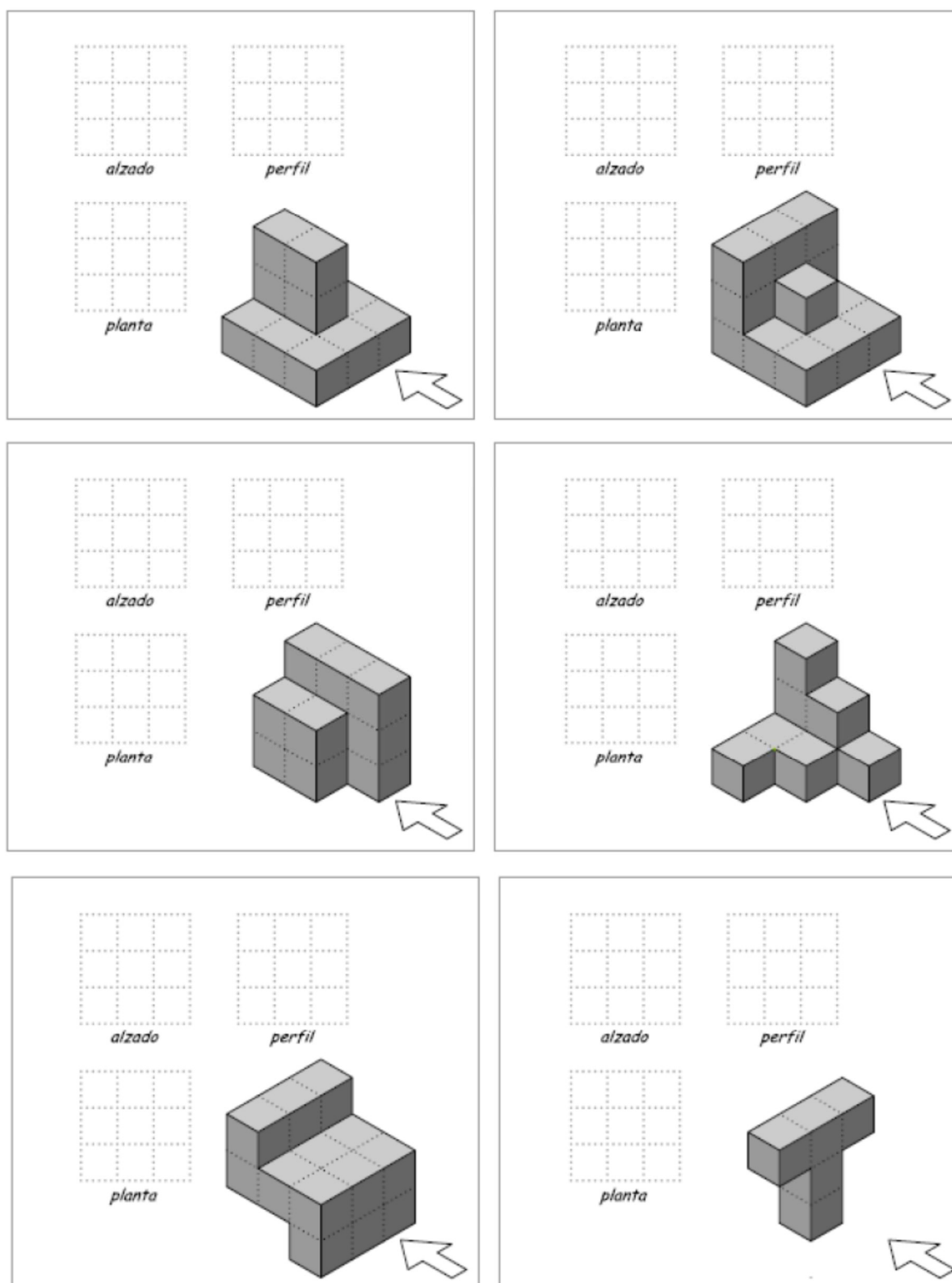
Actividad 2- Individual

Obtén las 3 vistas principales de los siguientes objetos.

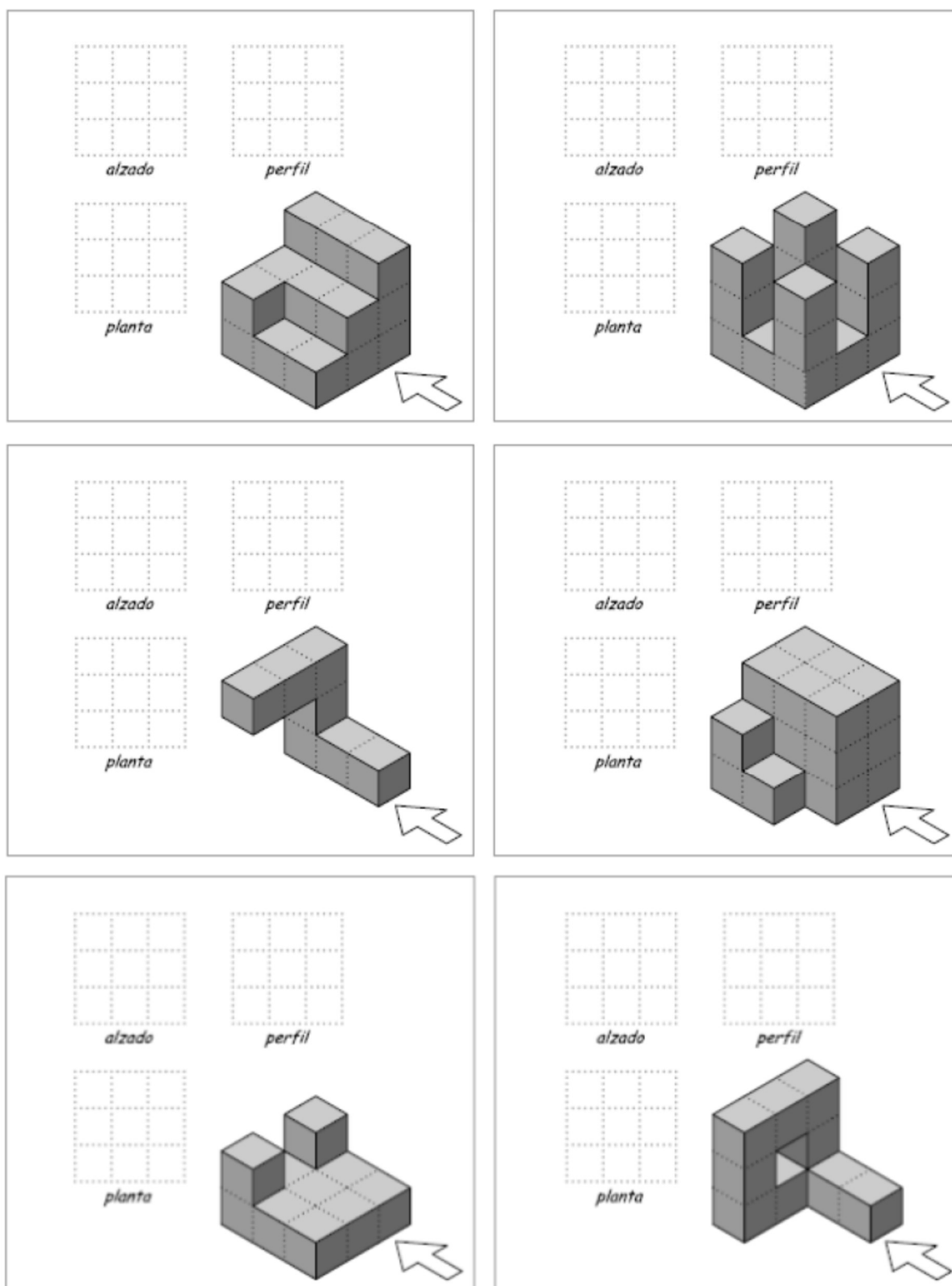
VISTAS (1):



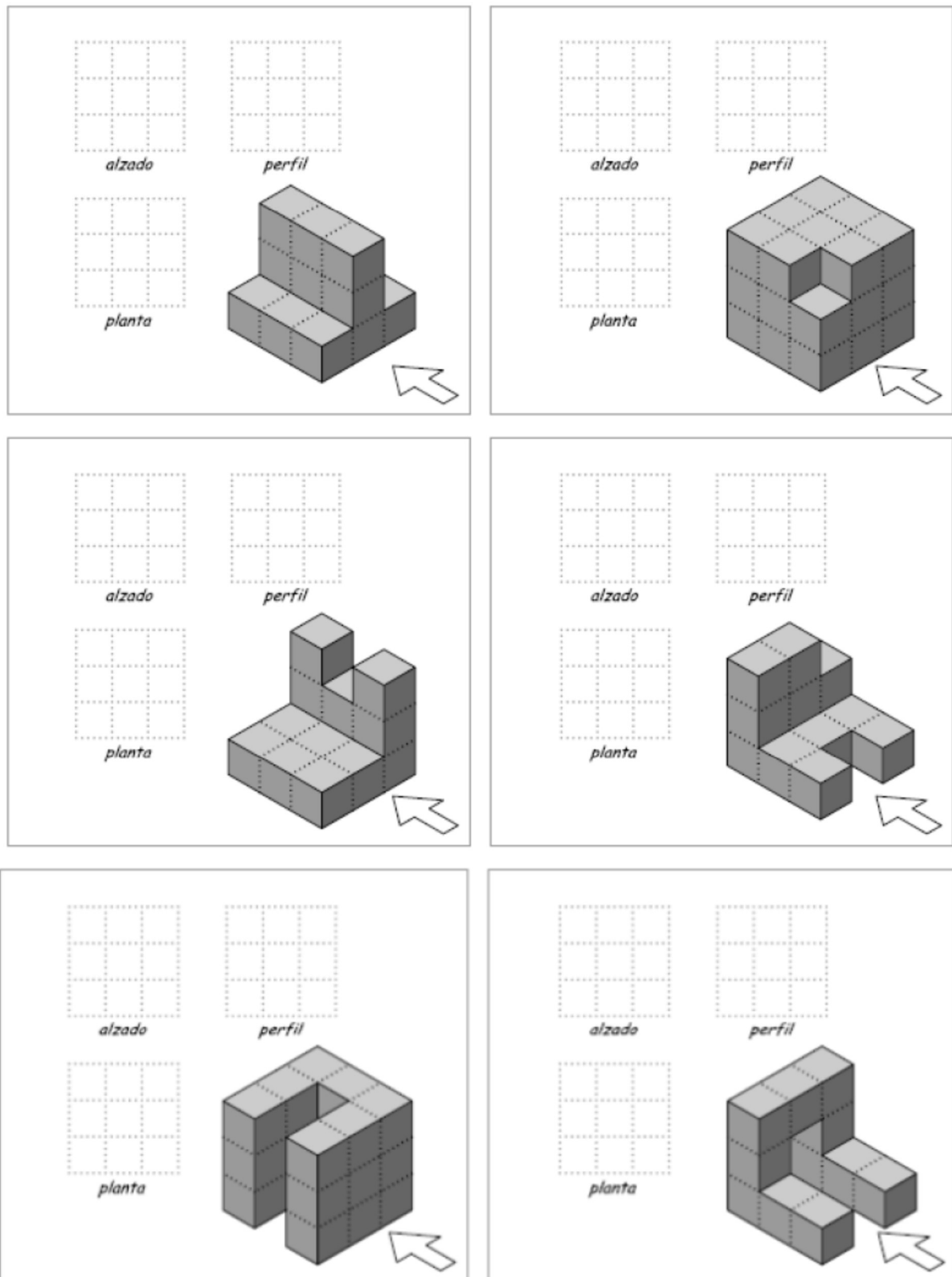
VISTAS (2)



VISTAS (3)

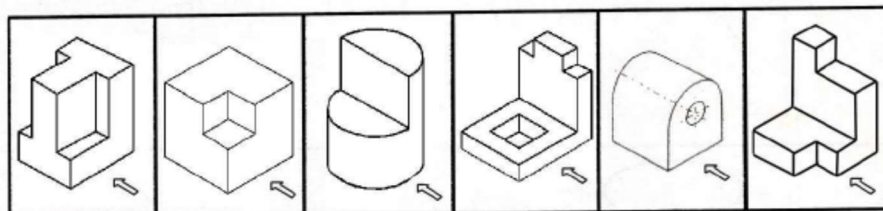
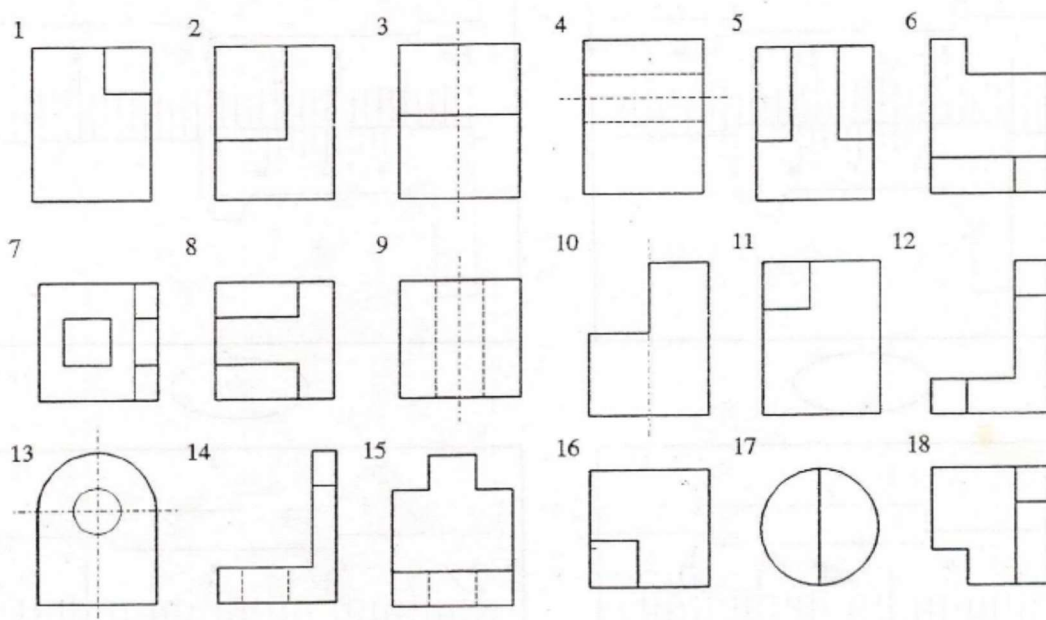


VISTAS (4)



Actividad 3- Individual

Debajo de cada figura, indica en los distintos recuadros el número de las vistas que corresponde:



ALZADO						
PERFIL I.						
PLANTA						

Anexo 12- Examen

Examen Matemáticas 2º E.S.O. –A**Temas 8 y 9: Elementos Básicos de Geometría y Sistema Sexagesimal**

Nombre.....

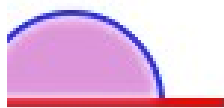
1- Clasifica los ángulos de las siguientes figuras según su amplitud

.....

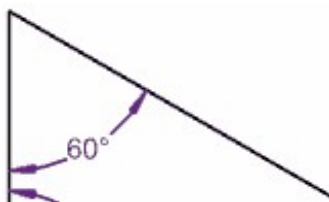


.....

.....



.....



.....

90°=..... 60°..... 30°=.....

2- Completa la siguiente tabla e indica si los siguientes ángulos son complementarios, suplementarios o ninguno de los dos e indica por qué.

Ángulos	Complementarios/suplementarios/ninguno	¿por qué?
90° y 180°		
30° y 60°		
80° y 100°		
45° y 45°		

Nombre.....

- 3- Realiza las siguientes operaciones de suma y resta. Recuerda simplificar y pasar a unidades mayores.

$$17^{\circ} 11' 12'' + 41^{\circ} 50' 54'' =$$

$$15^{\circ} 49' 25'' + 34^{\circ} 54' 57'' =$$

$$25^{\circ} 23' 40'' - 12^{\circ} 13' 45'' =$$

$$40^{\circ} 30' 50'' - 8^{\circ} 3' 14'' =$$

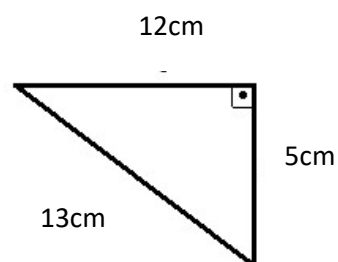
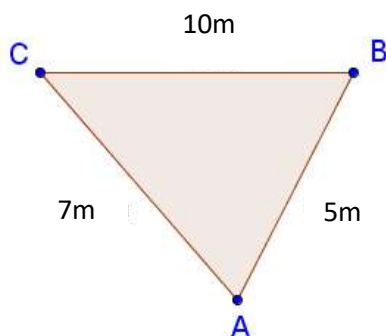
- 4- Realiza las siguientes operaciones de multiplicación y división. Recuerda simplificar y pasar a unidades mayores.

$$3 \cdot (29^{\circ} 31' 2'')$$

$$2 \cdot (13^{\circ} 41' 23'') + 4 \cdot (3^{\circ} 45' 16'')$$

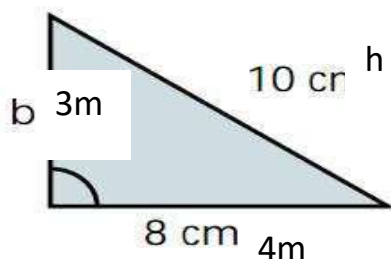
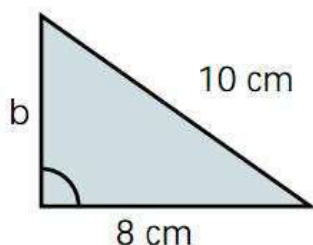
$$66^{\circ} 15' 30'' : 2$$

- 5- Calcula el cuadrado de los tres lados de estos triángulos y comprueba en cuál de ellos se cumple el teorema de Pitágoras y justifica por qué.

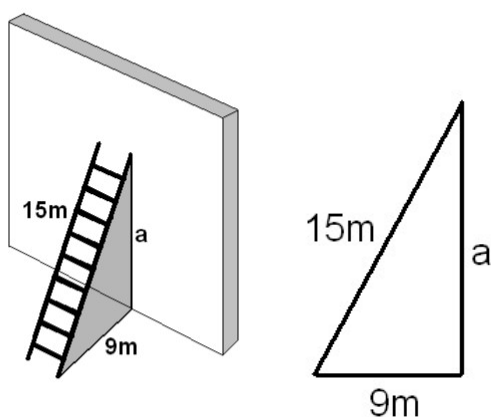


Nombre.....

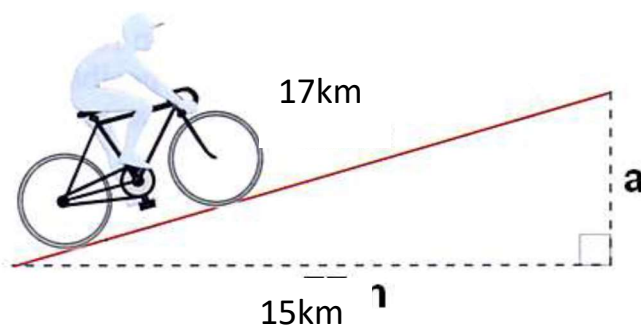
- 6- Aplicando el Teorema de Pitágoras, halla la medida de la hipotenusa o del cateto de los siguientes triángulos rectángulos.



- 7- Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura metros, que alcanza la escalera sobre la pared.



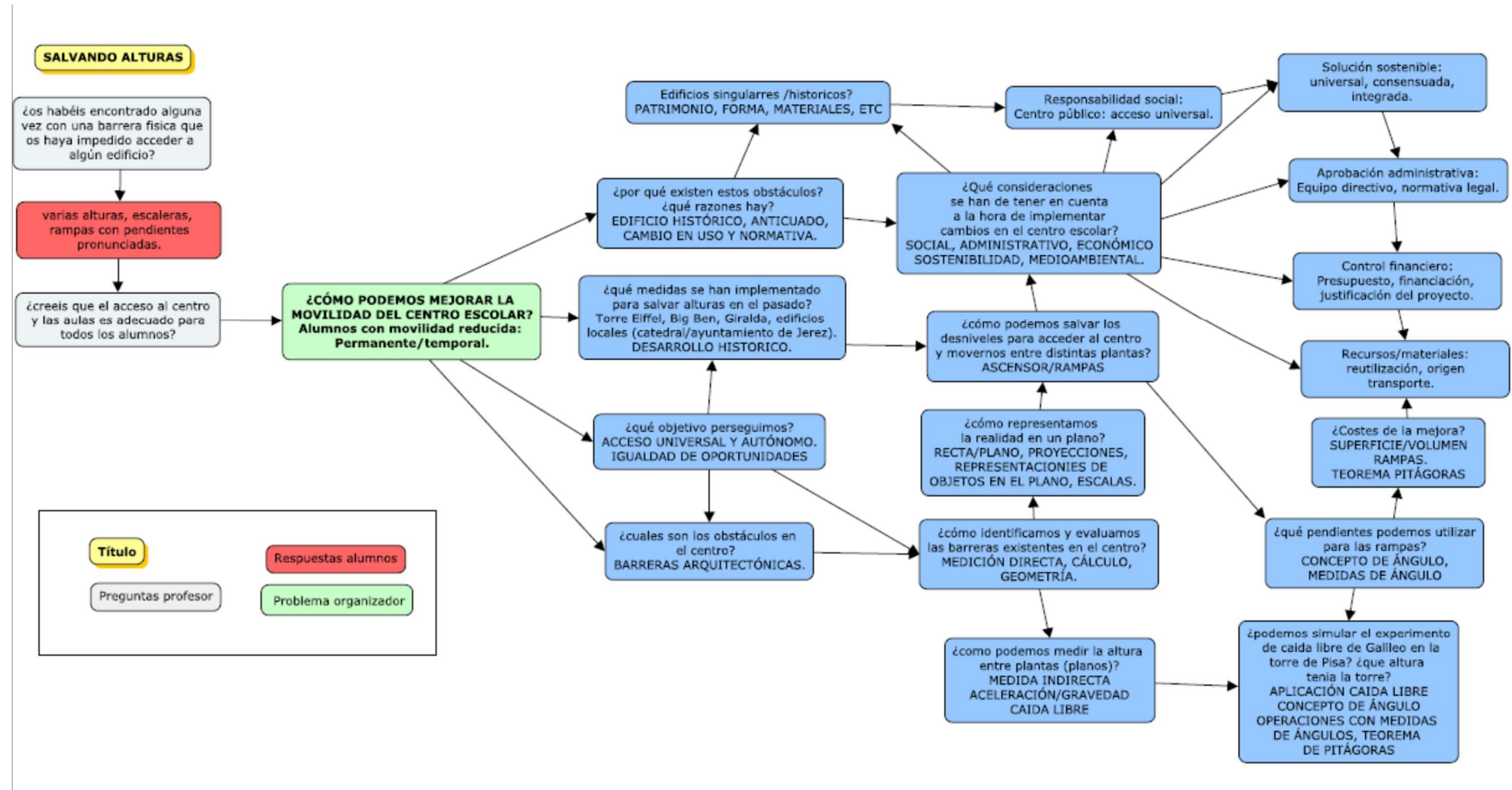
- 8- En una rampa inclinada, un ciclista avanza una distancia real de 17 kilómetros mientras avanza una distancia horizontal de tan solo 15 kilómetros. ¿Cuál es la altura, en metros, de esa rampa?.



Anexo 13- Ficha de evaluación de representaciones de objetos en el plano

[illegible]

7.2 Anexo 2: Mapa de problemas



7.3 Anexo 3: Presentación de introducción e ideas previas

Elementos básicos de geometría



2º E.S.O.

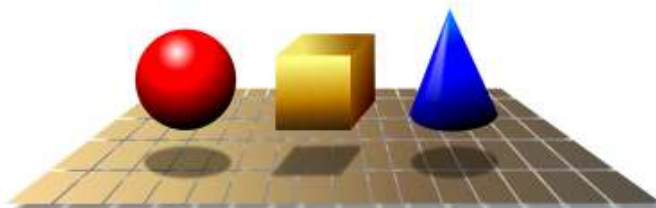
Introducción a la Geometría

- Geometría = Geo + metría

↓ ↓
Tierra + medida

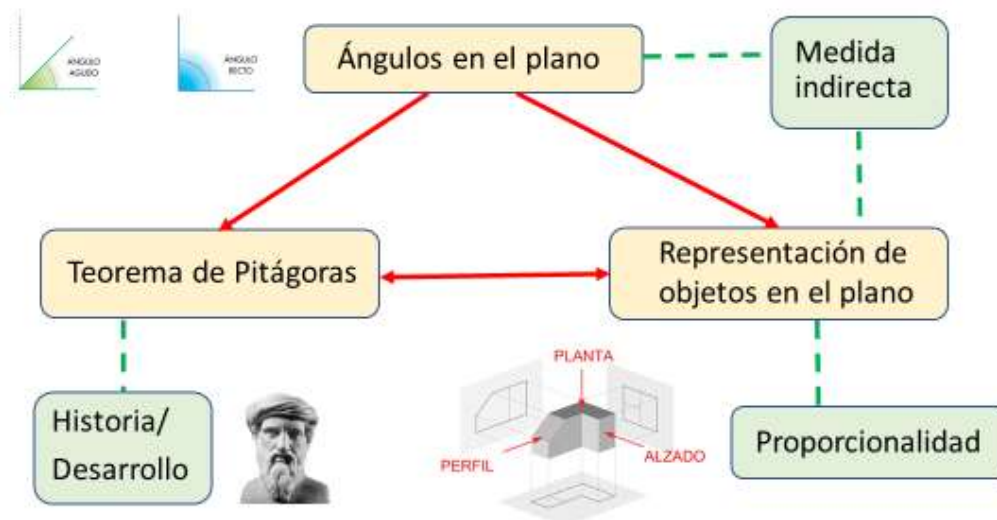


- Geometría: estudio de las propiedades y de las magnitudes de las **figuras** en el **plano** o en el **espacio**.



Contenidos a desarrollar

- Aspectos a tratar en este tema:

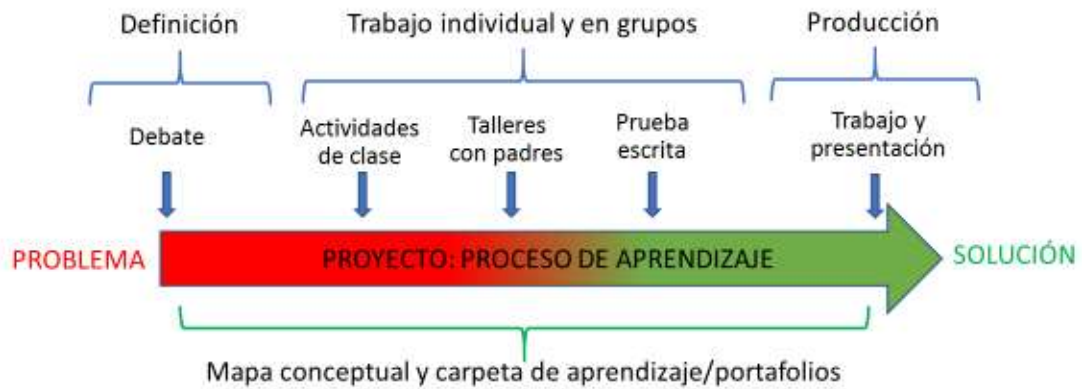


¿Cómo vamos a trabajar?

- Aprendizaje basado en proyectos

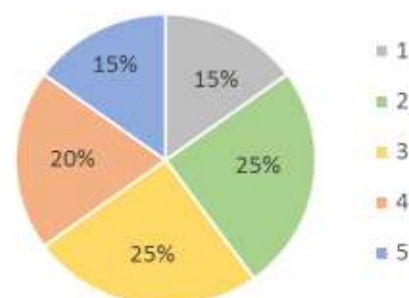


¿En qué consiste el proyecto de aula?



¿Qué y cómo vamos a calificar?

1. Participación e interacción durante todo el proceso.
2. Prueba escrita: retroalimentación.
3. Trabajo: propuesta de mejora y taller con padres.
4. Mapa conceptual y carpeta de aprendizaje.
5. Presentación de grupo.



¿Qué sabemos de geometría?

- Ideas previas

➤ Necesito vuestra ayuda...

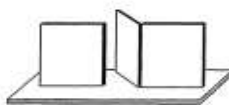


¿Qué sabemos de geometría?

- ¿Qué es un ángulo?
- ¿Veis algún ángulo?...¿o nos los imaginamos?
- ¿Se pueden medir? ¿Cómo? ¿qué unidades utilizamos?



Rueda



Puerta



Tijeras



Abanico



Señal



Pendiente

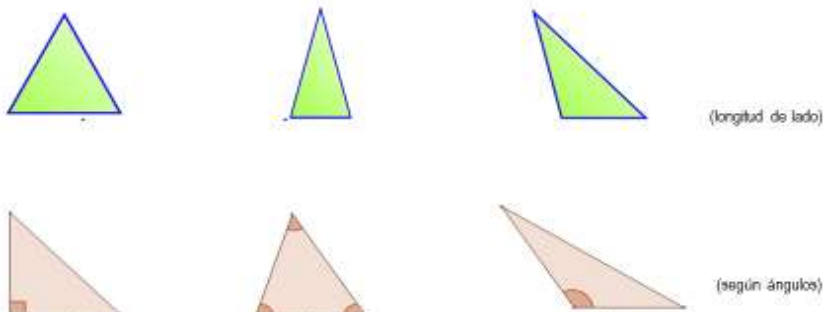
¿Qué sabemos de geometría?

- ¿Me ayudáis a encontrar un ángulo recto?



¿Qué sabemos de geometría?

- ¿Quién sabe cómo clasificamos estos triángulos? ¿por qué?



¿Qué sabemos?

¿Resolvemos las siguientes expresiones?

$$6^2 = \dots\dots\dots \quad \sqrt{16} = \dots\dots\dots \quad 7^2 = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{25} = \dots\dots\dots \quad 9^2 = \dots\dots\dots \quad \sqrt{100} = \dots\dots\dots$$

$$x^2 = 81 \quad \dots\dots\dots$$

$$x^2 = 3^2 + 4^2 \quad \dots\dots\dots$$

7.4 Anexo 4: Guion de observación de ideas previas

	Observaciones durante sesión de ideas previas					
	Más de lo esperado		Lo esperado		Menos de lo esperado	
Aspectos a evaluar	Respuestas/reacciones	% alumnos	Respuestas/reacciones	% alumnos	Respuestas/reacciones	% alumnos
Concepto de ángulo	Definen con precisión el concepto de ángulo y además distinguen claramente las definiciones de giro y región. Se expresan de manera fluida empleando vocabulario matemático adecuado.		Definen el concepto de ángulo aunque no distinguen las definiciones de giro y región. Se expresan de adecuadamente empleando parcialmente vocabulario matemático adecuado.		No definen el concepto de ángulo y se expresan de manera poco precisa, utilizando vocabulario incorrecto.	
Visualización de ángulos	Identifican los ángulos de todas las figuras, y son capaces de visualizar la línea oculta que forma el ángulo.		Identifican algunos de los ángulos de las figuras y son capaces de visualizar en alguna ocasión la línea oculta que forma el ángulo.		No identifican los ángulos de las figuras y no visualizan la línea oculta que forma el ángulo.	
Clasificación de triángulos	Clasifican todos los triángulos, basados en sus lados como en sus ángulos.		Clasifican casi todos los triángulos, basados en sus lados y en sus ángulos.		Solamente clasifican algunos de los triángulos correctamente.	
Expresiones algebraicas	Resuelven de manera correcta los cuadrados y las raíces de los números planteados. Despejan la incógnita al cuadrado y aplican la raíz cuadrada para resolver las expresiones.		Resuelven de manera correcta los cuadrados y las raíces de los números planteados. No son capaces de despejar la incógnita al cuadrado utilizando la raíz cuadrada del otro miembro de la expresión.		No resuelven de manera correcta los cuadrados ni las raíces de los números planteados. No son capaces de despejar la incógnita al cuadrado utilizando la raíz cuadrada del otro miembro de la expresión.	

7.5 Anexo 5: Proyecto de aula - Salvando alturas

PROYECTO DE AULA: SALVANDO ALTURAS

El proyecto desarrollado expone a los alumnos a una metodología de aprendizaje en la que deben dar respuesta a los problemas planteados de acceso y movilidad de los alumnos en el centro educativo. Este proceso guiará a los alumnos a través de una serie de fases que permitirá el desarrollo de las competencias y la consecución de los objetivos planteados en esta propuesta. Al mismo tiempo debemos ser conscientes del papel de guía por parte del docente durante todo el proceso, teniendo en cuenta el desarrollo del nivel educativo en el que estamos tratando (12 años).

Finalidades del proyecto

El proyecto se ha diseñado para que los alumnos alcancen varios objetivos entre los que se desatacan los siguientes:

- Valorar la importancia del acceso universal a la educación y la igualdad de oportunidades.
- Concienciar a los alumnos de los obstáculos y dificultades que están presentes en nuestra sociedad y que limitan el desarrollo y progreso de muchas personas.
- Acercar a los alumnos a la realidad de la sociedad en la que viven.
- Saber comunicar y transmitir de manera ordenada y lógica sus ideas, pensamientos y argumentaciones.
- Aprender a respetar las opiniones de los compañeros y ser consciente de las diferentes fases y elementos de un proceso de debate.
- Apreciar la importancia y valor de las matemáticas en la vida cotidiana.
- Ser capaces de plasmar en un plano objetos de su entorno utilizando diferentes métodos de medida y aplicando las escalas.
- Desarrollar su capacidad de abstracción y visualización a través del trabajo con proyecciones.
- Considerar un amplio abanico de factores y condicionantes a la hora de tomar una decisión. Deben ser conscientes de la necesidad de justificar y fundamentar cualquier decisión: decisión informada.
- Desarrollar la capacidad de trabajo cooperativo con los compañeros y padres a través de las diferentes actividades en grupo del proyecto.

- Mejorar la motivación e interés de los alumnos mediante la implicación de los padres en el proceso de aprendizaje.
- Los alumnos deben saber utilizar de manera adecuada los recursos TIC para obtener la información que se requiera del proyecto y presentarla de manera clara y concisa.

Planteamiento de la problemática

A la hora de definir el proyecto y que los alumnos se impliquen en su concepción y tomen parte activa en su desarrollo, se les planteará una serie de cuestiones que servirán de reflexión y punto de partida. A continuación, se definen las preguntas organizadoras del proyecto:

- ¿os habéis encontrado alguna vez con una barrera física que os haya impedido acceder a algún edificio?
- ¿creéis que el acceso al centro y las aulas es adecuado para todos los alumnos?
- ¿en qué os basáis? ¿habéis vivido alguna situación donde hayáis tenido problemas de movilidad o acceso al centro?
- ¿habéis tenido alguna limitación temporal de movilidad durante vuestro periodo en el centro? ¿pudisteis asistir o tuvisteis que quedaron en casa?
- ¿qué sucede cuando llueve? ¿os movéis dentro del centro de la misma manera? ¿habéis sufrido alguna caída?
- ¿cómo podemos mejorar la movilidad del centro escolar? ¿qué aspectos consideráis presentan alguna deficiencia?
- ¿hay alguna rampa que permita el acceso al centro a personas con movilidad reducida? ¿es la rampa adecuada: ¿fácil de superar, pasamanos, anchura?
- ¿cómo afectan estos aspectos al desarrollo de los alumnos? ¿puede llegar a condicionar su educación?

Estructura planteada

Etapas	Sesión	Actividades/contenidos
Introducción	1	Presentación de la propuesta de mejora: metodología (ABP), objetivos y evaluación Exploración de ideas previas.
	2	Repaso de ideas previas.
Adaptación/ Conceptualización	3	Historia de la geometría. Presentación del proyecto de aula: exposición de la problemática.
	4	Debate: identificación de obstáculos en el centro, valorar acceso al centro y movilidad entre plantas, propuestas de mejora (por qué, para qué, condicionantes, justificación). Definición del proyecto de aula: negociación de tareas y actividades Comprobación por los alumnos del acceso y movilidad en el centro. Identificación de áreas de mejora.
Desarrollo	5	Actividad: Definiendo el problema. Midiendo obstáculos: acceso al centro y movilidad entre plantas. Medición directa de obstáculos y barreras. Medidas indirectas: alturas.
	6	Actividad: explicación y presentación de información al docente Desarrollo de planos: procesado de mediciones: de la realidad al plano. Trabajo cooperativo en el aula. Observación y guía del docente. Explicaciones de recta, plano y proyecciones ortogonales.
	7	Actividad: diseñando un poster. Proporcionalidad aplicada al proyecto. Mapa conceptual del proyecto preliminar.
	8 (T1)	<i>Taller: la Torre de Pisa</i> Búsqueda de información caída libre/experimento de Galileo/Galilei/Torre de Pisa. Recursos TIC.
	9	Desarrollo de planos de trabajo para las mejoras. Aportación de miembro del equipo directivo. Investigación de normativa sobre rampas en aula de informática. Definición de parámetros geométricos.

Etapas	Sesión	Actividades/contenidos
	10	Actividad: pendiente vs coste. Diseño geométrico preliminar de la rampa de acceso. Relación pendiente-ángulo Operaciones con medidas de ángulo.
	11	Reflexión, dudas y explicaciones complementarias sobre proyecto. Concepto de ángulo. Operaciones con medidas de ángulos: suma y resta. Uso del transportado de ángulos. Ficha de operaciones de ángulos.
	12 (T2)	<u>Taller: Operaciones con medidas de ángulos</u> Actividad: estimación de inclinación de la torre de Pisa circa 1600 d.C. Operaciones con medidas de ángulos.
Desarrollo	13	Actividad: pavimento de la rampa Cálculo del valor de la longitud inclinada de la rampa. Cálculo del área de pavimento.
	14	Puesta en común de la actividad de diseño geométrico del pavimento. Explicación del teorema de Pitágoras Ficha de actividades de aplicación del teorema de Pitágoras. Video de equivalencias de áreas y volúmenes.
	15	Actividad: Coevaluación de soluciones planteadas. Autoevaluación
	16 (T3)	<u>Taller: el teorema de Pitágoras</u> Actividad: estimación altura de la torre de Pisa circa 1600 d.C. teorema de Pitágoras
Finalización Conclusión.	16	Repaso, reflexión y autoevaluación. Finalización de mapa conceptual.
	17	Prueba escrita. Análisis de la actuación docente. Entrega de portafolios.

Etapas	Sesión	Actividades/contenidos
	18	Presentación Exposición del proyecto. Coevaluación entre alumnos.

7.6 Anexo 6: Presentaciones de sesiones

Acceso y movilidad universal

Sesión 4: debate y definición del proyecto

- ¿Cuál es el obstáculo más importante que nos encontramos en el centro en relación al acceso o la movilidad?

- Escaleras: acceso y dentro del centro

- ¿Si un alumno no puede acceder al centro, que implicaciones puede tener? ¿y si no puede atender a un aula específica (informática, laboratorio, etc) o salir al patio con sus compañeros?

- Desarrollo en educación, personal, social, etc.

- ¿Qué mejoras se podrían implementar?

- Rampas, ascensor, reorganización del centro educativo, etc.



¿lo comprobamos?

Acceso y movilidad universal

Sesión 5: definiendo el problema

- Debemos exponer al equipo directivo el problema...¿por donde empezamos?
- ¿Qué necesitan saber? (*situación actual, magnitud del problema*)
- ¿Cómo definimos el problema? (*medidas directas e indirectas*).
- ¿Qué y cómo medimos?

¿MEDIMOS?



¿DEFINIMOS?

Acceso y movilidad universal

Sesión 6: transmitiendo información

- ¿Cómo transmitimos la información recabada?
- ¿Qué presentamos? ¿Descriptivo, visual, manipulable?
- ¿Cómo representáis las escaleras? ¿Cuántas vistas incluís?
- ¿Podéis construir una maqueta con las mediciones que habéis producido?

Presentación de problema al docente

(gráfica, descriptiva, manipulable); (dimensiones, escala, vistas...)



Realidad

Gráfico, descriptivo,
manipulable...



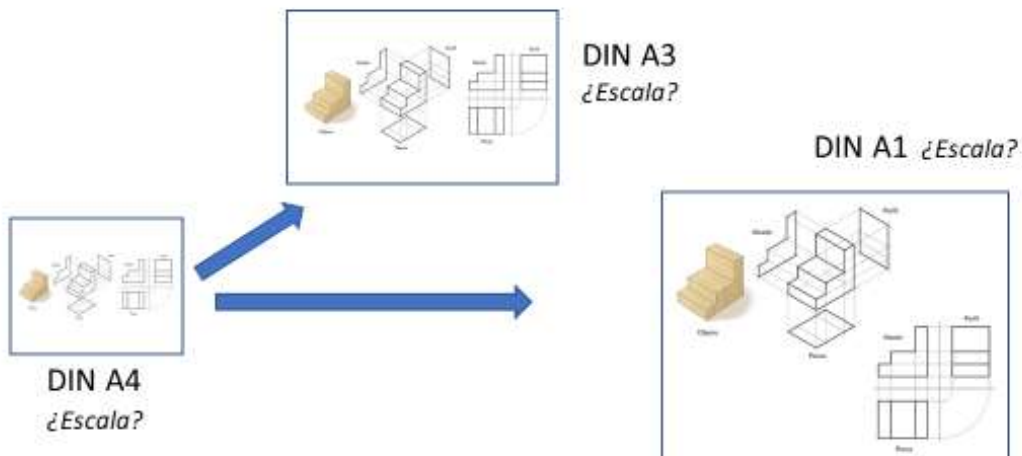
?

Docente

Acceso y movilidad universal

Sesión 7: proporcionalidad: diseñando un poster

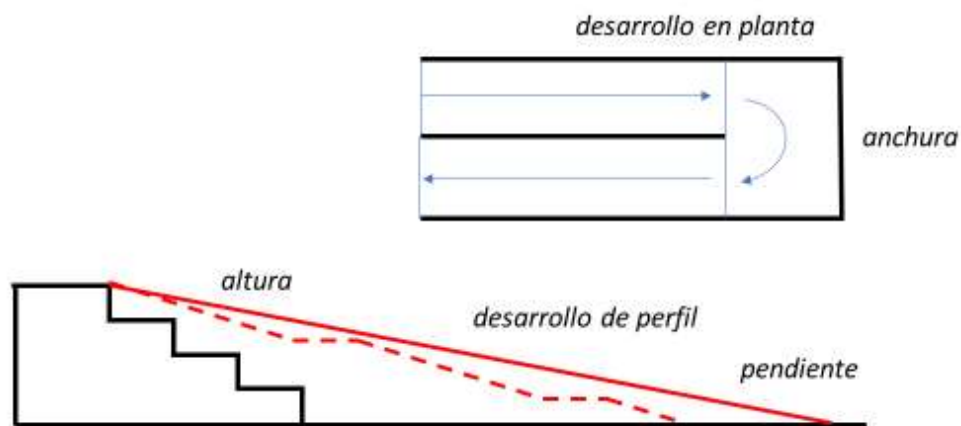
- ¿Qué tamaño de poster elegimos?
- ¿Cómo ampliamos nuestras proyecciones?
- ¿Qué escala obtenemos?



Acceso y movilidad universal

Sesión 9: diseñando la rampa de acceso

- Diseñemos una rampa de acceso: ¿cómo? ¿de que ayuda disponemos?
- ¿son todas las rampas de acceso iguales? ¿cada uno la diseña a su manera?
- ¿qué parámetros geométricos se deben considerar? Investigamos...



Acceso y movilidad universal

Sesión 10: pendiente vs coste

- Definición de la geometría de la rampa de acceso.
- Solución óptima: mínimo volumen/área de material utilizado.
- Pendientes máximas a considerar: 12%, 10%, 8% y 6%...¿y sus ángulos?
- ¿midiendo o calculando?

Pendiente máxima	Ángulo
12%	
10%	
8%	
6%	

Acceso y movilidad universal

Sesión 11: Reflexión, puesta en común y dudas

- Dudas sobre lo tratado hasta ahora en relación al diseño de la rampa
- ¿A qué hace referencia el término pendiente? ¿es lo mismo que un ángulo?
- ¿Qué ángulo habéis considerado en vuestro diseño? ¿Cumple con la normativa?
- ¿Cómo medimos los ángulos? ¿qué unidades utilizamos?



Acceso y movilidad universal

Sesión 13: pavimento de la rampa

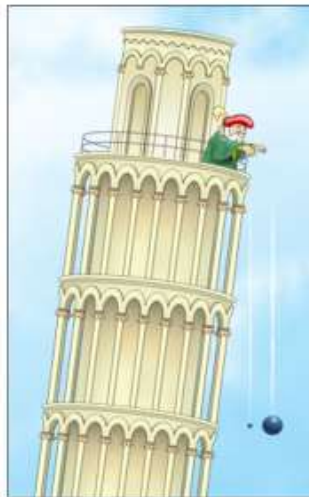
- ¿Cómo podemos evitar posibles accidentes o resbalones en la rampa?
- ¿Qué tipo de pavimento utilizaremos?
- ¿Qué área de pavimento necesitamos?
- ¿Qué coste tiene este pavimento?
- ¿Cómo podemos reducir el coste de la rampa? ¿mayor o menor pendiente?



Pendiente	Altura	Longitud horizontal	Longitud inclinada	Área Pavimento
12%				
10%				
8%				
6%				

7.7 Anexo 7: Taller con los padres *La Torre de Pisa*

Una cuestión de gravedad...



¿Qué altura tienen las diferentes plantas del centro educativo?

¿Cómo las habéis medido?

¿Cómo midió la altura de la torre de Pisa Galileo en 1600 d.C.?

¿Qué altura tiene ahora y que altura tenía cuando se llevó a cabo el experimento en la torre de Pisa?

Sesión T1. Búsqueda de información

Altura de torre actual $\approx 55,8\text{m}$

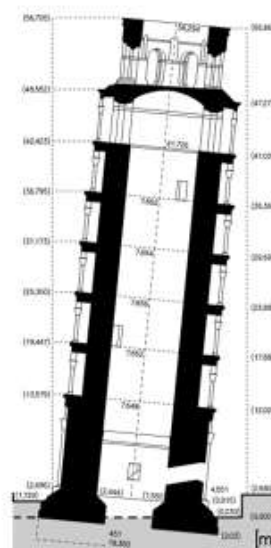


Inclinación de torre actual $\approx 5^\circ$

¿Inclinación de torre circa 1600 d.C?



¿Altura de torre circa 1600 d.C?



Sesión T1. Búsqueda de información

Desarrollo histórico construcción

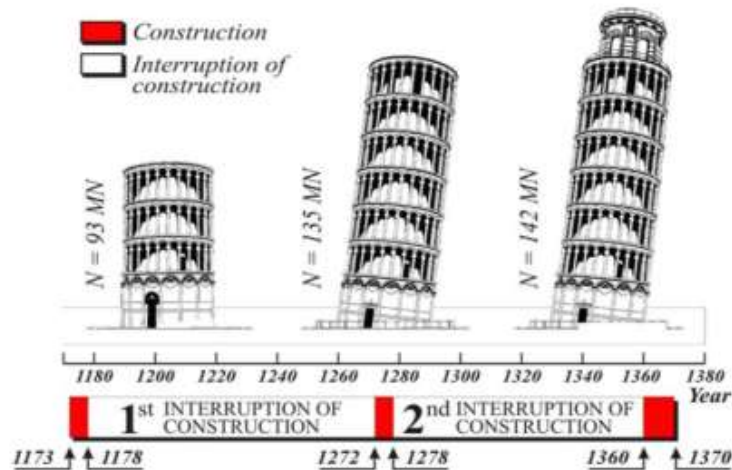


Figure 2. History of the Construction.

Sesión T1. Búsqueda de información

Inclinación en el tiempo

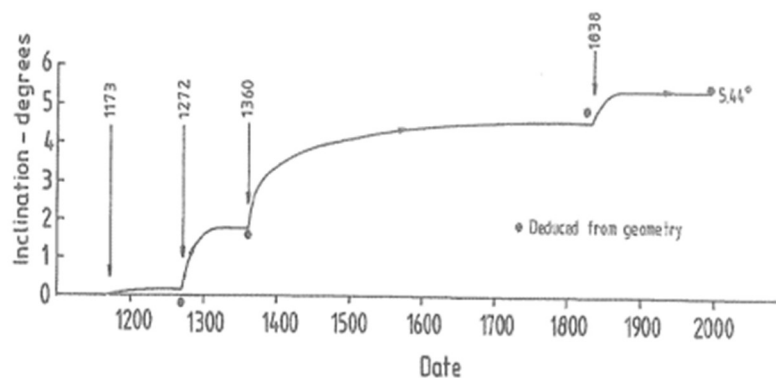


Fig 2: Relationship between time and inclination for the computer simulation of the history of the Pisa Tower

Sesión T1. Búsqueda de información

Inclinación en el tiempo

Peso e inclinación según los años (*Weight and rigid tilt versus time*)

Año (Year)	Peso (Weight) (MN)	Inclinación (Tilt)	
(1173)-1178	94,80	---	1er nivel (1st stage)
(1272)-1278	137,28	0°06'11"	2º nivel (2nd stage)
1285	*	1°06'44"	campanario (bell-chambre)
1360-1370	144,53	1°36'39"	
1550	*	4°41'07"	
1758	*	4°49'50"	
1817	*	5°06'11"	
mediciones sistemáticas (systematic measurements)			
1911	*	5°14'46"	mediciones sistemáticas (systematic measurements)
1978	*	5°21'28"	
medidas realizadas por el Comité (measurement carried out by the Comité)			
1990	*	5°28'09"	antes de la aplicación del contrapeso (prior to counter wight implement)
1993	*	5°33'27"	
1999	*	5°32'51" (★)	

Sesión T2. Estimación inclinación circa 1600 d.C.

Ejemplo de desarrollo: en base a información obtenida.

En 1360 d.C., $\alpha = 1,6^\circ \rightarrow$ en 1834 d.C., $\alpha = 5,0^\circ$

En 1600 d.C... $\alpha = ?$

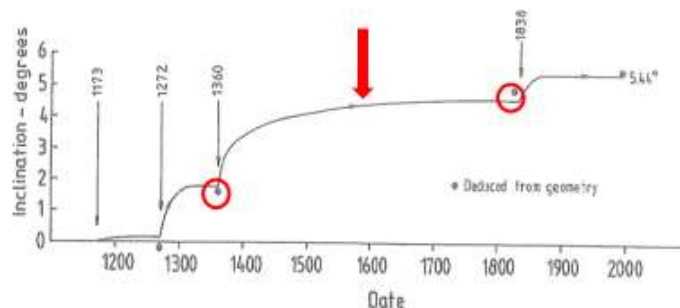


Fig 2: Relationship between time and inclination for the computer simulation of the history of the Pisa Tower

Sesión T2. Estimación inclinación circa 1600 d.C.

Ejemplo de desarrollo: en base a información obtenida.

En 1550 d.C., $\alpha = 4^{\circ}41'07'' \rightarrow$ en 1758 d.C., $\alpha = 4^{\circ}49'50''$

En 1600 d.C... $\alpha = ?$

Peso e inclinación según los años (*Weight and rigid tilt versus time*)

Año (Year)	Peso (Weight) (MN)	Inclinación (Tilt)	
(1173)-1178	94,80	---	1er nivel (1st stage)
(1272)-1278	137,28	0°06'11"	2º nivel (2nd stage)
1285	"	1°06'44"	
1360-1370	144,53	1°36'39"	campanario (bell-chambre)
1550	"	4°41'07"	
1758	"	4°49'50"	
1817	"	5°06'11"	
mediciones sistemáticas (systematic measurements)			
1911	"	5°14'46"	mediciones sistemáticas (systematic measurements)
1978	"	5°21'28"	
medidas realizadas por el Comité (measurements carried out by the Committee)			
1990	"	5°28'09"	antes de la aplicación del contrapeso
1993	"	5°33'27"	prior to counter weight
1999	"	5°32'51" [a]	(implement)

Sesión T2. Estimación inclinación circa 1600 d.C.

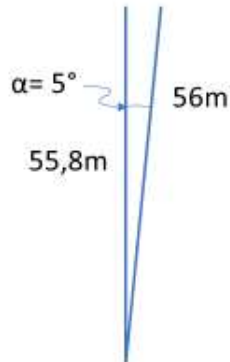
En todos los casos, los alumnos para obtener la información deben llevar a cabo (por necesidad) los siguientes pasos:

1. Obtener el movimiento total entre dos periodos de tiempo (resta).
2. Establecer la inclinación por año (ratio - división): se asume una inclinación constante en el tiempo.
3. Multiplicar para establecer el incremento de inclinación hasta 1600 d.C.
4. Sumar a la inclinación inicial del periodo para obtener la inclinación total en 1600 d.C.

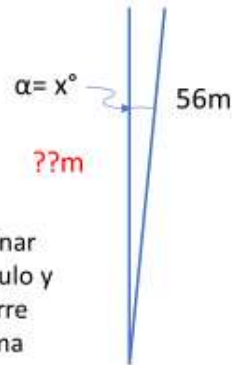
Los alumnos operan en forma compleja e incompleja.

Sesión T3. Estimación altura circa 1600 d.C.

Altura actual $\approx 55,8\text{m}$
 Longitud de la torre $\approx 56\text{m}$
 Inclinación $\approx 5^\circ$



Altura en 1600 d.C. =?
 Longitud de la torre $\approx 56\text{m}$
 Inclinación $\approx x^\circ$



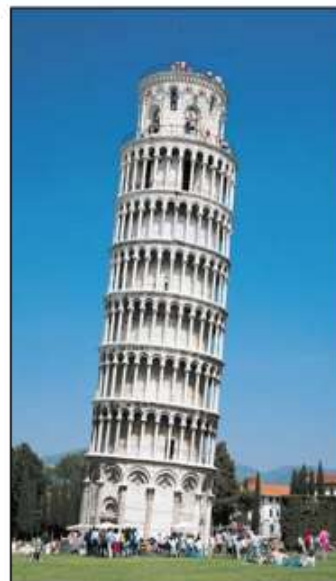
¿Podemos determinar la altura con el ángulo y la longitud de la torre aplicando el teorema de Pitágoras?

Sesión T3. Estimación altura circa 1600 d.C.

Para poder determinar la altura de la torre, los alumnos deben dibujar a escala y medir de éste la altura de la torre.

El teorema de Pitágoras requiere conocer dos de los lados del triángulo rectángulo.

Una vez medido uno de los lados, el restante se calculará utilizando el teorema de Pitágoras y comprobando mediante medición del plano que coinciden.



7.8 Anexo 8: Tabla resumen de evaluación

¿Para qué evaluar?	¿Qué evaluar?	¿Cómo evaluar?	¿Cuándo evaluar?	¿Quiénes evalúan?
Regular el proceso: - establecer un punto de partida - adaptar el nivel	Contenidos /ideas previas.	Guion de observación - detección y repaso.	Antes de iniciar el proyecto.	Profesor.
Regular el proceso -definir el proyecto.	Actitud, intereses. Competencias lingüística, social e iniciativa.	Guion de observación-debate.	Inicio del proyecto.	Profesor.
Regular el proceso -obtener información	Actitud Competencias lingüística, social, iniciativa y para aprender a aprender.	Ficha de evaluación	Continua.	Profesor
Regular el proceso. Aprender.	Adquisición de competencias clave y específicas.	Rúbricas.	A lo largo del proyecto.	Profesor.
Aprender. Determinar la incidencia de lo tratado. Regular el proceso: - aclarar ideas.	Competencia matemática y para aprender a aprender. Contenidos: -Relación de conceptos.	Mapa Conceptual.	A desarrollar en las fases iniciales del proyecto y construir a lo largo del proceso. El mapa debe permitir una retroalimentación útil que puedan aplicar en el trabajo final.	Profesor. Autoevaluación
Regular el proceso: -obtener información. -adaptar el nivel. Aprender	Aprendizaje: -Trabajo diario. -Progresión. -Reflexión. Competencias clave y específicas. Contenidos.	Portafolios.	Durante todo el proceso de aprendizaje. Continuo.	Profesor.
Regular el proceso. Aprender.	Contenidos. Competencias clave y específicas.	Prueba escrita.	Una vez se haya tratado suficiente materia para evaluar y poder aportar una retroalimentación útil que puedan aplicar en el trabajo final.	Profesor.
Regular el proceso. Aprender.	Competencias. Actitudes: -Honestidad -Autocrítica	Coevaluación.	A lo largo del proyecto y presentación final.	Alumnos.

¿Para qué evaluar?	¿Qué evaluar?	¿Cómo evaluar?	¿Cuándo evaluar?	¿Quiénes evalúan?
Aprender -Ordenar y afianzar conocimiento. -Mejorar comunicación. Obtener información.	Competencias: -Comunicación y abstracción. -TICs. Contenidos. Aprendizaje.	Presentación.	Final del proyecto.	Profesor. Compañeros (coevaluación)
Mejorar el proceso. -Ayudar a los alumnos.	Metodología: proceso de enseñanza. Práctica docente.	Análisis FODA/DAFO	Al final.	Alumnos.
Calificación. (administrativa)	Competencias, contenidos, progresión y desarrollo.	Todas las herramientas del proyecto	Durante todo el proceso	Profesor

7.9 Anexo 9: Guion de observación del debate

Guion de observación del debate	Reacciones/respuestas del grupo clase			
	No	Algunos (5-10)	La gran mayoría (10-20)	Casi todos (>20)
¿Encuentran el sentido y necesidad de una mejora de acceso y movilidad en el centro?				
¿Aportan ideas y opiniones relevantes?				
¿Han sido capaces de recopilar información de sus familiares sobre dificultades que hayan tenido a la hora de acceder o moverse dentro en algún espacio?				
¿Son conscientes de las limitaciones que algunos obstáculos suponen para muchas personas?				
¿Participan en la puesta en práctica de la experiencia de vivir en primera persona una dificultad o barrera de acceso o movilidad?				
¿Entienden algunas de las implicaciones culturales y sociales del proyecto propuesto?				
¿Comunican sus ideas de forma ordenada?				
¿Utilizan un lenguaje adecuado y preciso?				
¿Argumentan sus aportaciones?				
¿Son respetuosos con sus compañeros?				
Otros aspectos/observaciones a destacar del grupo clase:				

7.10 Anexo 10: Rúbrica de trabajo de proyecto

Aspectos a valorar	Más de lo esperado (4)	Adecuado (3)	Mejorable (2)	Menos de lo esperado (1)
Expresión/ comunicación	Expresan de manera ordenada, concisa y desarrollada el proyecto y los resultados obtenidos. Explican todos los pasos seguidos durante el proceso de resolución de los problemas. Utilizan un lenguaje matemático adecuado, incorporando símbolos matemáticos en sus explicaciones.	Expresan de manera ordenada, concisa y desarrollada el proyecto y la mayoría de los resultados obtenidos. Explican la mayoría de los pasos seguidos durante el proceso de resolución de los problemas. Utilizan un lenguaje matemático adecuado incorporando símbolos matemáticos en sus explicaciones.	Expresan de forma poco ordenada y desarrollada el proyecto y los resultados obtenidos. Explican algunos pasos seguidos durante el proceso de resolución de los problemas. Casi no utilizan el lenguaje matemático ni incorporan símbolos matemáticos en sus explicaciones.	Hay una falta de coherencia y desarrollo en la explicación del proyecto. No se incluyen detalles de los pasos seguidos durante el proceso de resolución de los problemas. No utilizan lenguaje matemático en sus explicaciones.
Nuevas tecnologías	Utilizan procesadores de texto para producir el trabajo. Utilizan adecuadamente herramientas y aplicaciones digitales para la presentación gráfica de los resultados. Utilizan de manera adecuada y contextualizada información obtenida de internet.	Utilizan procesadores de texto para producir el trabajo. Utilizan con carencias herramientas y aplicaciones digitales para la presentación gráfica de los resultados. Utilizan de manera adecuada y información obtenida de internet.	Utilizan procesadores de texto para producir el trabajo. No utilizan herramientas ni aplicaciones digitales para la presentación gráfica de los resultados. Utilizan de manera adecuada y contextualizada información obtenida de internet.	No utilizan procesadores de texto para producir el trabajo. No utilizan herramientas ni aplicaciones digitales para la presentación gráfica de los resultados.
Autonomía/ iniciativa personal	Desarrollan aspectos del proyecto más allá del guion establecido de manera autónoma (e.g. reuniones con equipo directivo, maqueta de solución etc). Evalúan todos los aspectos relacionados con la propuesta de mejora (social, administrativo, legal, sostenibilidad, económico, medio ambiental). Presentan soluciones bien desarrolladas, justificadas y argumentadas.	Desarrollan la mayoría de los aspectos del proyecto de manera autónoma Evalúan todos los aspectos relacionados con la propuesta de mejora (social, administrativo, legal, sostenibilidad, económico, medio ambiental). Presentan soluciones bien desarrolladas, justificadas y argumentadas.	Desarrollan algunos aspectos del proyecto de manera autónoma Evalúan algunos de los aspectos relacionados con la propuesta de mejora (social, administrativo, legal, sostenibilidad, económico, medio ambiental). Presentan soluciones desarrolladas, pero carecen de justificación.	Desarrollan una minoría de los aspectos del proyecto de manera autónoma Evalúan una minoría de los aspectos relacionados con la propuesta de mejora (social, administrativo, legal, sostenibilidad, económico, medio ambiental). Presentan soluciones poco o deficientemente desarrolladas y carecen de justificación.
Planificación	Incorpora la planificación del proyecto con cambios, mejoras y adaptaciones a lo largo del proceso. Se cumple con todos los hitos marcados en ella, incluido la fecha final de entrega.	Incorpora la planificación del proyecto con cambios, mejoras y adaptaciones a lo largo del proceso. Se cumple con la mayoría de los hitos marcados en ella, incluido la fecha final de entrega.	Incorpora la planificación del proyecto, pero no se detectan ningún seguimiento de la misma. Se cumple con algunos de los hitos marcados en ella, incluido la fecha final de entrega.	No incorpora la planificación del proyecto. No se cumple con los hitos marcados en ella ni con la fecha final de entrega.

Aspectos a valorar	Más de lo esperado (4)	Adecuado (3)	Mejorable (2)	Menos de lo esperado (1)
Análisis, comprensión y resolución de problemas	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de algunos de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a algunos de los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados sin que se aprecie la adquisición de conceptos y contenidos requeridos para el desarrollo del proyecto. No resuelven los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.
Razonamiento matemático	El análisis y desarrollo de las propuestas de mejora refleja el uso y aplicación de un alto grado de razonamiento.	El análisis y desarrollo y de las propuestas de mejora refleja el uso y aplicación de razonamiento simple.	Hay presente alguna evidencia de razonamiento matemático en las propuestas de mejora planteadas.	Muy pocas o no se encuentran evidencias de razonamiento matemático alguno en las propuestas de mejora planteadas.
Contenidos matemáticos	Los conceptos que aplican se extienden más allá de los tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Están bien formulados y se ajustan al nivel del curso.	Los conceptos que aplican son aquellos tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Están bien formulados y se ajustan al nivel del curso.	Los conceptos que aplican son algunos de los tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Algunos están bien formulados.	No aplican prácticamente ninguno de los conceptos tratados.

7.11 Anexo 11: Rúbrica de portafolios

Aspectos a valorar	Más de lo esperado (4)	Adecuado (3)	Mejorable (2)	Menos de lo esperado (1)
Contenido	Incluye todo el contenido tratado y aplicado en el proyecto además de otros contenidos desarrollados y aplicados por el grupo. Es detallado, conciso y relevante, reflejando un nivel significativo de comprensión.	Incluye todo el contenido tratado y aplicado en el proyecto. Es detallado, conciso y relevante, reflejando un nivel significativo de comprensión.	Incluye la mayoría del contenido tratado y aplicado en el proyecto. Es detallado, y conciso, aunque refleja un nivel intermedio de comprensión.	Incluye algunos de los contenidos tratados y aplicado en el proyecto. Es poco detallado y refleja un nivel bajo de comprensión.
Trabajo cooperativo	El documento presenta aportaciones de todos los miembros del grupo de manera equilibrada. Todas las aportaciones y comentarios de los compañeros son evaluadas y consideradas en las propuestas.	El documento presenta aportaciones de todos los miembros del grupo de manera equilibrada. La mayoría de las aportaciones y comentarios de los compañeros son evaluadas y consideradas en las propuestas.	El documento presenta aportaciones de la mayoría de miembros del grupo. La mayoría de las aportaciones y comentarios de los compañeros son evaluadas y consideradas en las propuestas.	El documento presenta aportaciones de algunos de los miembros del grupo. Algunas de las aportaciones y comentarios de los compañeros son evaluadas y consideradas en las propuestas.
Presentación	Documento bien presentado y con buen diseño, utilizando alguna herramienta o aplicación digital.	Presentación adecuada, de acuerdo con el nivel educativo.	Presentación básica y elemental.	Elementos de la presentación muy básicos y difícil de seguir.
Reflexión	Reflexiona de manera constante a lo largo de todo el proceso y desarrolla una argumentación crítica de lo aprendido y aplicado al proyecto. Presenta un mapa conceptual desarrollado por etapas.	Reflexiona a lo largo de todo el proceso y desarrolla una argumentación crítica de lo aprendido y aplicado al proyecto. Presenta un mapa conceptual desarrollado por etapas.	Reflexiona de manera puntual lo que repercute en una limitada argumentación crítica de lo aprendido y aplicado al proyecto. Presenta un mapa conceptual poco desarrollado.	No reflexiona ni produce argumentación crítica de lo producido. No presenta un mapa conceptual.
Autonomía	Refleja trabajo independiente y responsable a la hora de afrontar los problemas planteados por el proyecto. Incluye aspectos que excede lo tratado en las sesiones de apoyo del proyecto.	Refleja trabajo independiente y responsable a la hora de afrontar los problemas planteados por el proyecto.	Se esfuerza de manera puntual y como respuesta a las entregas e hitos del proyecto.	Necesita un apoyo y dedicación considerable que refleja una falta de autonomía.
Planificación	El documento presenta una estructura ordenada que refleja unos contenidos y aplicaciones bien desarrolladas, como resultado de una buena planificación.	El documento está bien estructurado e incluye los contenidos abordados de manera clara.	El documento carece de una estructura definida y limitada en cuanto a contenido y desarrollo.	No se perciben elementos de planificación previos y durante el proceso de desarrollo y elaboración del proyecto.

Aspectos a valorar	Más de lo esperado (4)	Adecuado (3)	Mejorable (2)	Menos de lo esperado (1)
Referencias	La información utilizada y presentada es relevante, seleccionada y está debidamente referenciada. Se han utilizado fuentes de información adecuadas.	La información utilizada y presentada es relevante, seleccionada y la mayoría está debidamente referenciada. Se han utilizado fuentes de información adecuadas.	La información utilizada y presentada es relevante, seleccionada y algunas está debidamente referenciada. Se han utilizado fuentes de información mejorables.	La información utilizada y presentada no es del todo relevante ni seleccionada y rara vez está debidamente referenciada. Se han utilizado fuentes de información de baja calidad educativa.
Análisis, comprensión y resolución de problemas	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados que demuestran la comprensión de algunos de los conceptos y contenidos matemáticos requeridos para el desarrollo del proyecto. Dan respuesta a algunos de los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.	Análisis detallado de los problemas tratados sin que se aprecie la adquisición de conceptos y contenidos requeridos para el desarrollo del proyecto. No resuelven los problemas que plantea el proyecto a través de la aplicación de conceptos matemáticos.
Razonamiento matemático	El análisis y desarrollo de las propuestas de mejora refleja el uso y aplicación de un alto grado de razonamiento.	El análisis y desarrollo y de las propuestas de mejora refleja el uso y aplicación de razonamiento simple.	Hay presente alguna evidencia de razonamiento matemático en las propuestas de mejora planteadas.	Muy pocas o no se encuentran evidencias de razonamiento matemático alguno en las propuestas de mejora planteadas.
Contenidos matemáticos	Los conceptos que aplican se extienden más allá de los tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Están bien formulados y se ajustan al nivel del curso.	Los conceptos que aplican son aquellos tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Están bien formulados y se ajustan al nivel del curso.	Los conceptos que aplican son algunos de los tratados en las sesiones de apoyo del proyecto. Algunos están bien formulados.	No aplican prácticamente ninguno de los conceptos tratados.

7.12 Anexo 12: Rúbrica de presentación

Aspectos a valorar	Más de lo esperado (4)	Adecuado (3)	Mejorable (2)	Menos de lo esperado (1)
Actitud	Proyectan una visión positiva y de interés sobre el trabajo realizado en el proyecto. Demuestran una madurez y soltura a la hora de exponer más allá de lo esperado en este nivel educativo. Escuchan y respetan a los compañeros durante la sesión.	Proyectan una visión positiva y de interés sobre el trabajo realizado en el proyecto. Escuchan y respetan a los compañeros durante la sesión.	Muestran poco interés a la hora de exponer y transmitir su proyecto. Escuchan y respetan a los compañeros en algunos momentos de la sesión.	No muestran interés por la presentación que están realizando. Escuchan y respetan a los compañeros en contadas ocasiones.
Contenido	Incluye una cantidad y calidad de contenido excepcional. El contenido es relevante y está contextualizado y aplicado de manera correcta.	Incluye una cantidad y calidad de contenido adecuado. El contenido es relevante y está contextualizado y aplicado de manera correcta.	Incluye una cantidad y calidad de contenido mejorable. El contenido es relevante y está contextualizado y aplicado de manera correcta.	Incluye una cantidad y calidad de contenido pobre. El contenido es poco relevante.
Comunicación	Transmiten de manera clara, fluida y concisa. Utilizan el lenguaje matemático de manera sobresaliente y son capaces de conectar con la audiencia.	Transmiten de manera clara, fluida y concisa. Utilizan el lenguaje matemático de manera adecuada y son capaces de conectar con la audiencia.	Transmiten de manera poco fluida y concisa. Utilizan el lenguaje matemático de manera mejorable y con dificultad.	Transmiten de manera poco fluida y concisa. No utilizan el lenguaje matemático en sus expresiones.
Ayudas visuales	Se apoyan en material visual para la presentación. Hacen un uso sobresaliente de herramientas de presentación.	Se apoyan en material visual para la presentación. Hacen un uso adecuado de herramientas de presentación.	Se apoyan en material visual para la presentación. Hacen un uso mejorable de herramientas de presentación.	No utilizan material visual para la presentación. Hacen un uso pobre de herramientas de presentación.